

ESTUDO DO RUÍDO DE FUNDO COLORIDO NA MODULAÇÃO M-QAM

Cícero Barroso de Oliveira, Paulo Victor Simões Costa, Karine Barbosa Carbonaro
Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Elétrica/Engenharia Eletrônica e de Telecomunicações,
Laboratório de Interferências Eletromagnéticas nas Telecomunicações, Patos de Minas – Minas Gerais,
{cicero_alf@hotmail.com, paulovictorsimoescosta@gmail.com, karine@eletrica.ufu.br}

Resumo – Este artigo avalia a probabilidade de erro de símbolo (SEP – *Symbol Error Probability*) na transmissão de dados na rede elétrica na presença de ruído. Utilizou-se a modulação em amplitude e quadratura (M-QAM - *M-ary Quadrature Amplitude Modulation*) com constelação quadrada e não quadrada.

Palavras-Chave – M-QAM, ruído, SEP.

STUDY COLORED BACKGROUND NOISE IN M-QAM MODULATION

Abstract – This article measures the probability of symbol error in data transmission in the power line communication in the presence of noise. We use Quadrature Amplitude Modulation with square and cross-nonsquare constellation

Keywords – M-QAM, noise, SEP.

I. INTRODUÇÃO

O sinal recebido pelo receptor pode diferir do sinal transmitido. Essa diferença entre sinal recebido e transmitido pode ser causada por ruído. Este problema afeta a taxa máxima de transmissão do canal de comunicação, isto é, a capacidade do canal de comunicação.

Para determinar a taxa de dados digitais e a taxa de erros utiliza-se a relação sinal-ruído (SNR – *Signal to Noise Ratio*). Esse parâmetro avalia o equilíbrio entre a fidelidade do sinal e o sinal de potência requerido no receptor para uma determinada probabilidade de erro.

Apresentam-se, a seguir, a organização de cada uma das seções que compõe este artigo. A avaliação experimental de uma transmissão PLC na presença de ruído na rede elétrica é apresentada na seção 2. A probabilidade de erro de símbolo na presença de ruído Gaussiano para modulação em amplitude e quadratura é modelada na Seção 3. Os resultados obtidos nas simulações no *Matlab* são analisados na Seção 4. E por fim, as conclusões.

II. TESTES EXPERIMENTAIS

A. Adaptador

A Figura 1 apresenta o adaptador utilizado nos testes experimentais. Esse equipamento realiza a interface entre os equipamentos dos usuários e a rede elétrica transformando o sinal do equipamento terminal de telecomunicações em sinal modulado e o transporta sobre a rede elétrica. O adaptador recebe alimentação e os sinais de telecomunicações pela rede elétrica de distribuição doméstica.



Fig. 1. Equipamento adaptador.

Fonte: < <http://www.dlink.com.br/>>

O adaptador PLC possui as seguintes características: 500Mbps (62,5MBps), *plug-and-play*, possui QoS (*Quality of Service*) e atinge até 300 metros.

B. Topologia de rede

A rede elétrica com a estrutura física, distância entre as tomadas, ilustrada na Figura 2 foi montada no laboratório de estudos das Interferências Eletromagnéticas nas Telecomunicações da Universidade Federal de Uberlândia no campus de Patos de Minas.

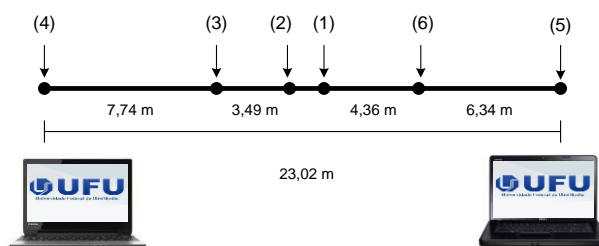


Fig. 2. Topologia da rede elétrica experimental.

Na primeira etapa dos testes utilizaram-se computadores com placa de rede de 10/100 Mbps. E na segunda etapa placas de rede de 10/100/1000 Mbps.

C. Resultados obtidos

Na primeira etapa dos experimentos optou-se pela transferência do arquivo de 1,94Gbit na rede elétrica



XIII CEEL - ISSN 2178-8308
12 a 16 de Outubro de 2015
Universidade Federal de Uberlândia - UFU
Uberlândia - Minas Gerais - Brasil

utilizando placa de rede de 10/100 Mbps e o adaptador PLC apresentado.

A Tab. I mostra os resultados obtidos na transferência de um arquivo na rede teste.

Tab. I – Resultados obtidos com placa de rede 10/100 Mbps.

Experimento	Tempo (seg)	Média (Mbps)	Máxima (Mbps)
Sem fonte de ruído	176	11,3	11,5
Secador de cabelo	250	8,25	10,20

A segunda linha da Tab. I mostra os resultados obtidos quando o secador de cabelos é ligado na rede elétrica durante a transferência de um arquivo. Na classe ruído de fundo utilizou-se o secador de cabelos com uma potência de 2000W para criar o ruído de fundo. O secador de cabelo apresenta nível médio de -72 dBm em 1kHz.

A análise dos resultados evidencia um aumento de aproximadamente 37% no tempo decorrido para a transferência do arquivo. As taxas de transferências média, máxima e atual diminuiram 26,5% em relação às taxas de transferência obtidas sem a presença de ruído.

Já na segunda etapa dos experimentos optou-se pela transferência do arquivo de 1,06GByte na rede elétrica utilizando placa de rede de 10/100/1000 Mbps. Os resultados obtidos são mostrados na Tab. II.

Tab. II– Resultados obtidos com placa de rede 10/100/1000 Mbps.

Experimento	Tempo (seg)	Média (Mbps)	Máxima (Mbps)
Sem fonte de ruído	370	25,2	100
Secador de cabelo	398	23,36	86,4

Comparando os resultados apresentados na Tab. II observou-se um aumento de aproximadamente 7,6 % no tempo decorrido para a transferência do arquivo. As taxas de transferências média e máxima diminuiram 7,34 e 10 % em relação às taxas de transferência obtidas sem a presença de ruído.

III. MODELOS TEÓRICOS

A. Ruído colorido de fundo

O termo ruído designa sinais indesejáveis que perturbam a transmissão e o processamento de sinais em sistemas de comunicação e sobre os quais se tem um controle incompleto [1]. A presença do ruído sobrepõe-se ao sinal informação mascarando o sinal, e conseqüentemente, limita a capacidade do receptor de detectar o símbolo corretamente.

O ruído de fundo colorido apresenta densidade espectral de potência que na média não atinge valores consideráveis, diminui com a frequência e varia no tempo em cerca de minutos ou até de horas. Ele é o somatório de várias fontes de ruídos de baixa potência. A sua densidade espectral de potência (PSD – *Power Spectral Density*) é definida na Eq. (1).

$$N_{RFC}(f) = N_0 + N_1 e^{-\frac{f}{f_1}} \quad (1)$$

Para um ambiente residencial têm-se os seguintes valores: $N_0 = 35$, $N_1 = 35$ e $f_1 = 3,6\text{MHz}$. A Fig. 3 ilustra a PSD do ruído colorido.

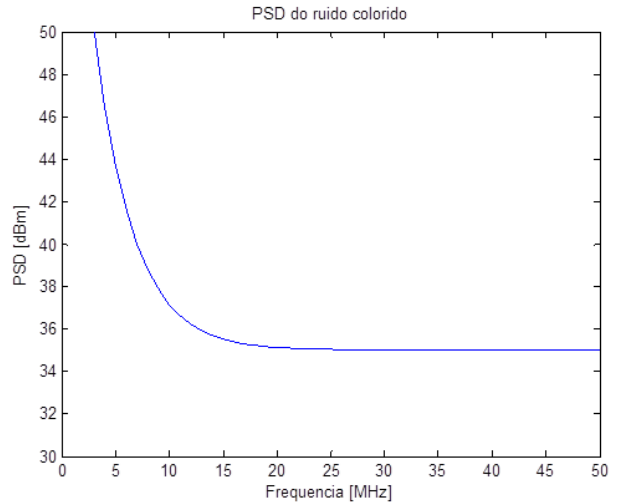


Fig. 3. Densidade espectral do AWGN ruído colorido.

Sabe-se que o PLC utiliza a faixa de 10 a 30 MHz para a transmissão de dados na rede elétrica e nesse intervalo a PSD é constante. Portanto, este trabalho utilizará no seu desenvolvimento o ruído colorido de fundo como ruído branco Gaussiano aditivo.

B. Ruído branco Gaussiano aditivo

A densidade espectral de potência do ruído Gaussiano branco aditivo (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*) é mostrada na Eq. (2). O fator dois nessa equação indica que a $S_w(f)$ possui dois lados.

$$S_w(f) = \frac{N_0}{2}, \quad -\infty < f < +\infty \quad (2)$$

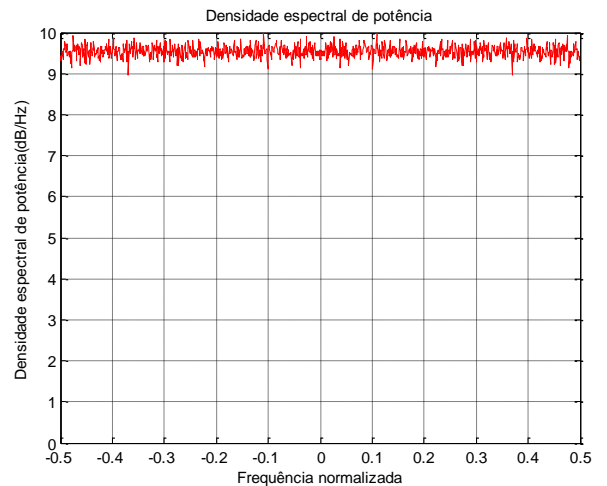


Fig. 4. Densidade espectral do AWGN.

Na Fig. 4, a simulação foi realizada com média zero e variância igual a nove.

O valor de N_0 , determinado na Eq.(3), tem unidade de medida watts por Hertz [W/Hz].

$$N_0 = kT_e \quad (3)$$

onde,

k - constante de *Boltzmann* com valor igual a $1,38.10^{23}$ joules por kelvin [J/k];

T_e - temperatura equivalente de ruído no receptor em kelvin.

C. Modulação em Amplitude e Quadratura

Para a modulação M-QAM com constelação quadrada definiu-se que o número de pontos por constelação é dado por $M = 2^b$, onde b é o número de bits por símbolo. Essa definição facilita a implementação do receptor, já que a metade dos bits é representada no eixo real e metade no eixo imaginário e os sinais em fase e quadratura são independentes [2]. A distribuição de símbolos no plano de *Argand-Gauss*, segue o formato de um quadrado, com símbolos dispostos nos quatro quadrantes do plano e com a quantidade de pontos M definida [1]. O alfabeto segue a equação definida em [3].

$$\gamma_{M-QAM} = \{\mp(2m-1) \mp j(2m-1)\} \quad m \in \left\{1, 2, \dots, \frac{\sqrt{M}}{2}\right\} \quad (4)$$

Na Fig. 5, constelação quadrada, a disposição dos símbolos lembra o aspecto de um quadrado, e o número de bits por símbolo é sempre par.

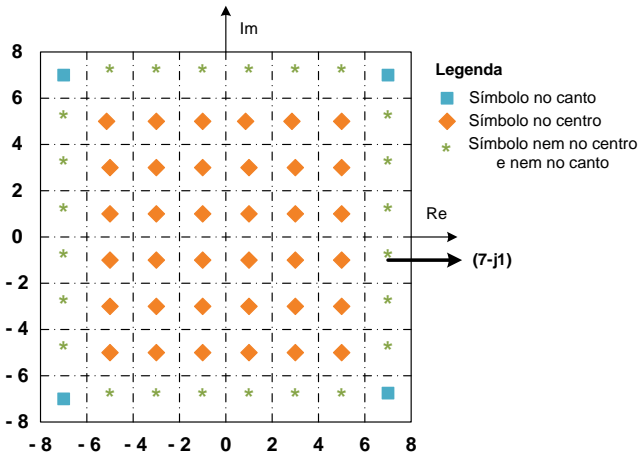


Fig. 5. Constelação 64-QAM quadrada.

A soma das energias individuais de cada símbolo é dada pelo quadrado do argumento de cada ponto. Portanto a soma total é definida em [2] por:

$$E = \sum_{m=0}^{\frac{\sqrt{M}}{2}} |(2m-1) + j(2m-1)|^2 \quad (5)$$

Assim tem-se:

$$E = 2 \sum_{m=0}^{\frac{\sqrt{M}}{2}} (2m-1)^2 = 2 \sum_{m=0}^s (2m-1)^2 = \frac{2}{3} s(4s^2 - 1) \quad (6)$$

Após substituir o limite do sistema pela variável s , retorna-se para:

$$E = \frac{\sqrt{M}}{3} (M - 1) \quad (7)$$

Já que na constelação quadrada cada alfabeto se repete $2\sqrt{M}$ vezes, finalmente tem-se que a energia da constelação quadrada é dada por:

$$E_{M-QAM} = \frac{\left[\frac{\sqrt{M}}{3} (M - 1) \right] \cdot 2\sqrt{M}}{M} = \frac{2}{3} (M - 1) \quad (8)$$

Aplicando $M = 16, 64$ e 256 na equação (7) determina-se a energia dos tipos de modulação M-QAM mais conhecidas. A Tabela I apresenta o fator de normalização ou escala $\{k\}$. Esse fator relaciona-se com a energia do símbolo $\{E_s\}$ através da equação

$$k = \sqrt{\frac{1}{E_{M-QAM}}} \quad (9)$$

Os valores de fator de escala asseguram que o valor médio quadrado das constelações QAM seja igual a um.

Tabela III – Energia da constelação M-QAM constelação quadrada.

M-QAM	E	k
16	10	0,316
64	42	0,154
256	170	0,077

A probabilidade de erro de símbolo total da modulação M-QAM com constelação quadrada na presença do ruído AWGN [3] é determinada de acordo com:

$$P_e(M-QAM) = 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) \operatorname{erfc} \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) - \left(1 - \frac{2}{\sqrt{M}} + \frac{1}{M}\right) \operatorname{erfc}^2 \left(k \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (10)$$

Para formar o alfabeto da modulação M-QAM com constelação não quadrada cruzada utilizou-se um novo intervalo de variação para (m) na Eq.(4) como mostrado na Eq.(11).

$$\gamma_{M-QAM} = \{\mp(2m-1) \mp j(2m-1)\} \quad m \in \left\{1, \dots, \frac{3}{4} \sqrt{\frac{M}{2}}\right\} \quad (11)$$

Para que seja compreendida a diferença entre as constelações quadrada e não quadrada utilizou-se como exemplo o sistema 128-QAM ($M = 128$ e $b = 7$).

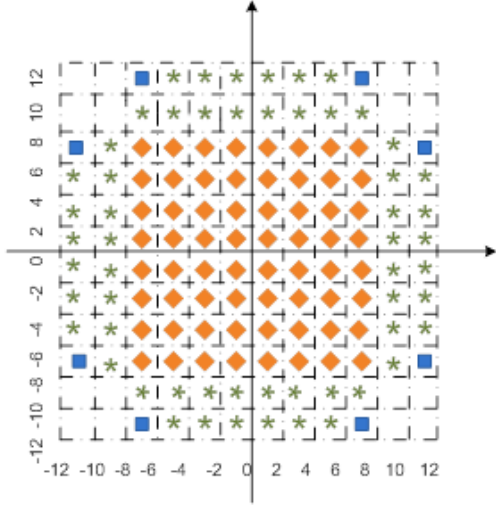


Fig. 6. Constelação 128-QAM não quadrada cruzada.

Primeiramente, determina-se a soma das energias dos termos individuais do alfabeto. A Eq. (12) mostra a Eq. (5) com o limite superior da variável m alterado para $\left(\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}\right)$.

$$E_1 = \sum_{m=1}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} |(2m-1) + j(2m-1)|^2 \quad (12)$$

Desenvolvendo a Eq. (12) com o novo limite obteve-se a energia dos termos do alfabeto (E_1) como mostrado na Eq.(13).

$$E_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{M}{2}} \right) \left(\frac{9M}{8} - 1 \right) \quad (13)$$

Observando a constelação cruzada ilustrada na Fig. 6 verificou-se que cada termo do alfabeto repete $\left(3\sqrt{\frac{M}{2}}\right)$ vezes. Assim, a energia total da constelação quadrada é mostrada na Eq. (14).

$$E_1 = \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{M}{2}} \right) \left(\frac{9M}{8} - 1 \right) \right] \cdot 3\sqrt{\frac{M}{2}} = \frac{3M}{4} \left(\frac{9M}{8} - 1 \right) \quad (14)$$

A energia dos símbolos não pertencentes à constelação é encontrada utilizando a Eq. (15).

$$E_2 = 2 \sum_{m=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{M}{2}+1}}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} (2m-1)^2 = \frac{13}{4}M + 4 - 2\sqrt{\frac{M}{2}} \quad (15)$$

Como os termos não pertencentes à constelação repetem $\left(\sqrt{\frac{M}{2}}\right)$ vezes tem-se a energia dos símbolos mostrada na Eq.(16) normalizada.

$$E_2 = 2 \sum_{m=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{M}{2}+1}}^{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{M}{2}}} (2m-1)^2 = \frac{M}{128} \left[(26M + 32) - M\sqrt{\frac{128}{M}} \right] \quad (16)$$

Como mostrado na Eq.(17) a energia média da constelação não quadrada cruz $E_{M-QAM(Cruz)}$ é a diferença entre a energia de todos os termos e a energia dos termos não pertencentes à constelação. Esta diferença é dividida pelo número total de símbolos.

$$E_{M-QAM(Cruz)} = \frac{E_1 - E_2}{M} = \frac{1}{128} \left(82M + M\sqrt{\frac{128}{M}} - 128 \right) \quad (17)$$

A Tab. IV mostra o fator de normalização ou de escala (k) mostrado na Equação (9) para as constelações QAM não quadradas cruzadas e ao substituir na Eq. (17) os valores $M = 32, 128$ e 512 , os resultados das energias.

Tabela IV. Fator de escala para a constelação QAM não quadrada em cruz.

M-QAM	E	k
32-QAM	20	0,224
128-QAM	82	0,110
512-QAM	330	0,055

A probabilidade de erro de símbolo total da modulação M-QAM com constelação não quadrada do tipo cruzada na presença do ruído AWGN é definida como:

$$P_e(M-QAMcruz) = \left(2 - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}} \right) \text{erfc} \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) - \left(1 + \frac{2}{M} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{M}} \right) \text{erfc}^2 \left(k\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \quad (18)$$

IV. RESULTADOS OBTIDOS

A Fig. 7 apresenta os resultados obtidos na simulação das modulações 16, 64 e 256-QAM constelação quadrada com o ruído Gaussiano utilizando a Eq.(10). Se o valor da SEP for 10^{-5} , as modulações 16-QAM, 64-QAM e 256-QAM obtêm esse valor da SEP com (E_s/N_0) de 20 dB, 26,34 dB e 32,43 dB, respectivamente.

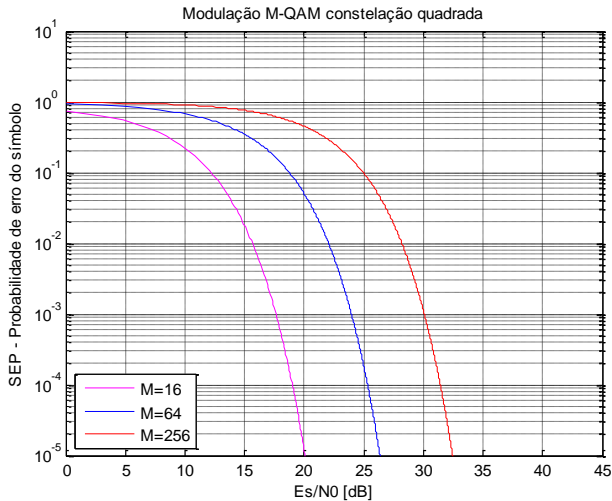


Fig. 7. SEP da modulação M-QAM constelação quadrada.

Já a Fig. 8 apresenta os resultados obtidos na simulação das modulações 32, 128 e 512-QAM constelação não quadrada do tipo cruz com o ruído Gaussiano utilizando a Eq. (18).

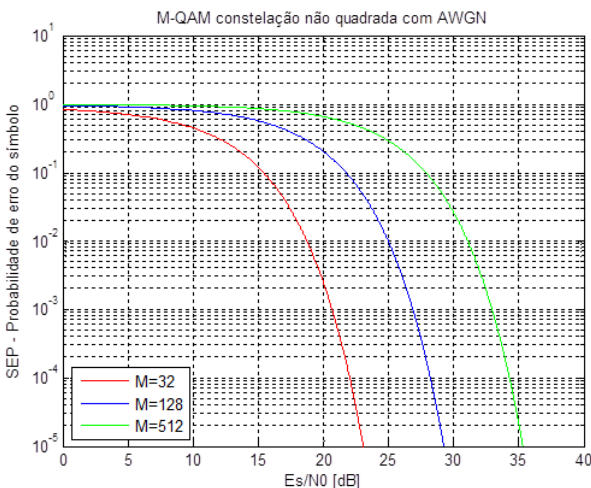


Fig. 8. SEP da modulação M-QAM constelação não quadrada.

Se o valor da SEP for 10^{-5} , as modulações 32-QAM, 128-QAM e 512-QAM obtêm esse valor da SEP com (E_s/N_0) de 23,07 dB, 29,26 dB e 35,34 dB, respectivamente.

V. CONCLUSÕES

Neste artigo apresentou-se um estudo da probabilidade de erro de símbolo da modulação M-QAM sob a influência do ruído de fundo colorido modelado como ruído Gaussiano. Baseado nos resultados obtidos nas simulações, conclui-se que é necessário o aumento da relação sinal-ruído para que a probabilidade de erro mantenha-se no limite aceitável das

comunicações digitais. Devido à dificuldade em aumentar o parâmetro relação sinal-ruído propõe-se o estudo de uma tecnologia que mantenha o limite da probabilidade de erro na presença dos ruídos.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Haykin. *Sistemas de comunicação: analógicos e digitais*. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004. 837 p.
- [2] D.A. Guimarães; R.A.A de Souza. *Transmissão Digital – Princípios e Aplicações*, São Paulo, Brasil: Editora Érica, 2012.
- [3] K. Sankar. Symbol Error rate for QAM (16, 64, 256,..., M-QAM). Acedido em julho 2014, em: <http://eetimes.com/design/signal-processing-dsp/4017648/Symbol-error-rate-for-M-QAM-modulation>.
- [4] H.B.T. Zattar. *Análise, medidas e avaliação de desempenho de uma rede PLC em ambiente indoor de casas populares*. Uberlândia: Faculdade de Engenharia Elétrica, 2011.
- [5] E. Liu, et.al. BroadBand Characterization of Indoor Powerline Channel. *IEEE International Conference on Communications*. Vol. 2, p. 901 – 905, Maio. 2005.
- [6] T. Esmailian; F.R. Kschischang; P.G. Gulak. In-building power lines as high-speed communication channels: channel characterization and a test channel ensemble. *International Journal of Communication Systems*. Vol. 16, p. 381 – 400, Mai. 2003.