

# ANÁLISE DE MOTOR A RELUTÂNCIA VARIÁVEL MONOFÁSICO UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS

Ana Camila Ferreira Mamede, José Roberto Camacho

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Elétrica, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil  
anacmamede@hotmail.com, jrcamacho@ufu.br

**Resumo** - Este trabalho apresenta uma metodologia para a análise de um motor de relutância variável monofásico utilizando uma simulação computacional de elementos finitos. Para tanto, é necessário ter conhecimento da geometria e dos materiais do motor. O método utiliza essas características para solucionar matematicamente o problema, oferecendo um resultado muito próximo do real. Os resultados da simulação são comparados com os resultados esperados pelo tipo e modelo do motor, e é também avaliada a saturação magnética do material. Este estudo se mostrou eficiente, oferecendo resultados muito próximos à realidade, afirmando sua confiabilidade e a importância do uso do método para o projeto de máquinas elétricas, entre outros estudos.

**Palavras-Chave** - Método dos Elementos Finitos, Projeto, Motor Elétrico, Relutância Variável.

## ANALYSIS OF SINGLE-PHASE VARIABLE RELUCTANCE MOTOR USING FINITE ELEMENTS

**Abstract** - This paper presents a methodology for the analysis of a single-phase variable reluctance motor using a computer simulation of finite elements. Therefore, it is necessary to have knowledge of the geometry and motor component materials. The method uses these features to mathematically solve the problem by offering a result very close to reality. The simulation results are compared with the results expected by the type and model of the motor and the magnetic saturation of the material is also evaluated. This study was efficient, offering results very close to reality, stating its reliability and importance of using the method for electrical machines design, among other studies.

**Keywords** - Finite Elements Method, Design, Electrical Motor, Variable Reluctance.

### I. INTRODUÇÃO

O surgimento do motor de relutância variável (MRV) data de finais do século XIX, por volta de 1842 [6]. Apresentando

uma confiabilidade, robustez e simplicidade de construção invejáveis, este motor foi, no entanto, abandonado durante várias décadas devido a inexistência de tecnologia capaz de efetuar o seu controle de modo satisfatório, tornando-o pouco rentável no seu surgimento [1][6].

Com o desenvolvimento tecnológico dos sistemas digitais e dispositivos de eletrônica de potência, as dificuldades inerentes à complexidade de controle começaram a ser superadas, tornando o MRV competitivo quando comparado com os outros tipos de máquinas mais utilizados.

O MRV é um motor duplamente saliente, consiste em uma parte fixa, o estator com enrolamentos de excitação e uma parte móvel, o rotor magnético. O conjugado é produzido, exclusivamente, pela tendência da sua parte móvel deslocar-se para a posição em que a indutância do enrolamento de excitação é maximizada, ou seja, nos polos do motor. A parte girante, rotor, tende a alinhar-se de forma a produzir uma relutância magnética mínima, e conseqüentemente uma densidade máxima de fluxo [5].

O movimento pode ser de translação ou de rotação, e o rotor pode estar localizado na parte interna ou externa da máquina. Os enrolamentos são constituídos de um dado número de circuitos eletricamente separados, ou fases. Dependendo da aplicação, podem ser excitadas todas as fases simultaneamente ou cada fase separadamente.

No geral, possuem alta potência e baixo custo, sendo ideais para várias aplicações como tração elétrica, acionamentos, ventilação, entre outros. Suas principais desvantagens são o torque descontínuo e o efeito de ondulação (*ripple*) no torque, que causam ruídos sonoros e vibrações.

O controle do MRV é considerado complexo uma vez que para se produzir torque é necessário conhecer a posição do rotor para que os enrolamentos de fase sejam corretamente energizados.

Dessa forma identificam-se dois problemas para o controle do motor:

- Identificar a posição exata do rotor;
- Conhecimento dos parâmetros do motor.

O primeiro pode ser resolvido com um sensor de posição, já o segundo demanda uma análise mais complexa.

Com a intenção de fazer um controle preciso do MRV, de simular o funcionamento da máquina, e de obter os parâmetros do motor antes mesmo de sua construção utilizam-se softwares baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF).

Em suma, o MEF consiste em diferentes métodos numéricos que aproximam a solução de problemas de valor de fronteira descritos tanto por equações diferenciais ordinárias quanto por equações diferenciais parciais, ou uma adaptação das mesmas pela utilização da solução de sistemas lineares ou não lineares combinados com a subdivisão da



XIII CEEL - ISSN 2178-8308  
12 a 16 de Outubro de 2015  
Universidade Federal de Uberlândia - UFU  
Uberlândia - Minas Gerais - Brasil

geometria do problema em elementos menores, chamados elementos finitos, nos quais a aproximação da solução exata pode ser obtida por interpolação de uma solução aproximada [4].

O estudo aqui apresentado consiste na modelagem de um MRV monofásico 4/4, isto é, possui 4 polos no estator e 4 polos no rotor, pelo MEF a fim de obter algumas características estáticas do MRV, como o perfil de indutância e conjugado.

## II. PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO: MOTOR DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL MONOFÁSICO

Um MRV é composto de uma estrutura laminada de dupla saliência, isto é, tanto o rotor quanto o estator possuem polos salientes, e polos diametralmente opostos.

Quando o circuito magnético de um indutor possui uma parte móvel capaz de variar a indutância de uma bobina, sempre que a bobina for excitada, o circuito magnético irá tender para a situação em que a energia magnética armazenada é mínima, ou seja, a situação de relutância mínima (situação de maior estabilidade). É com base neste princípio que os MRV's funcionam [6].

Para isso é necessário que, no projeto do MRV, seja assegurado que exista sempre uma fase do estator para a qual uma variação da posição do rotor implique uma variação da indutância [6]. Deste modo, o rotor tem uma tendência natural em deslocar-se para a posição onde a relutância é mínima e onde a densidade de fluxo é máxima, que corresponde à posição onde os polos do rotor e do estator estão alinhados.

A Figura 1 mostra um MRV monofásico 4x4, com 4 polos no estator e 4 polos no rotor, observa-se, além da dupla saliência do motor, a variação do entreferro a medida que o rotor se movimenta e os polos do rotor e estator se desalinham, assim o deslocamento do rotor causa a variação do valor da indutância, e a tendência de movimento.

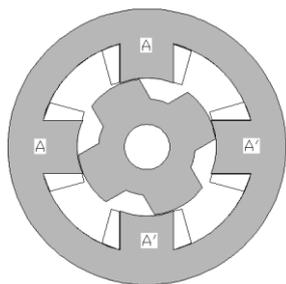


Fig. 1. Seção transversal de uma MRV monofásico 4x4.

Observando que a indutância assume valores diferentes para cada posição do rotor e que esses valores variam de um valor mínimo ( $L_{\min}$ ) até um valor máximo ( $L_{\max}$ ), é possível traçar a curva de indutância em função do deslocamento do rotor. Os valores  $L_{\min}$  e  $L_{\max}$  são característicos de cada motor e definidos pelas suas características construtivas. A curva de indutância típica para MRVM 4/4 é apresentada na Figura 2 abaixo.

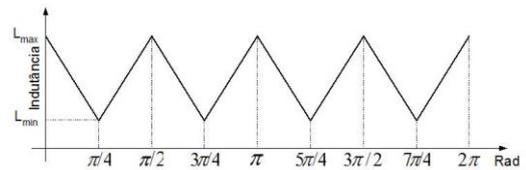


Fig. 2. Perfil ideal de indutância de um motor 4/4 em função da posição do rotor.

A produção de conjugado dos MRV's está baseada no princípio da tendência de alinhamento dos polos do estator com os polos do rotor. O conjugado eletromagnético produzido pode ser obtido pela equação 1, como demonstrado no livro referência [5].

$$C = \frac{1}{2} \cdot i^2 \frac{dL}{d\theta} \quad (1)$$

Onde:

- $C$  - Conjugado eletromagnético.
- $i$  - Corrente na fase.
- $L$  - Indutância da fase.
- $\theta$  - Ângulo de posição do rotor.

A equação 1 mostra que o conjugado tem a direção controlada pelo sinal da variação da indutância  $\frac{dL}{d\theta}$ . Em um motor deseja-se que esse valor seja positivo em todos os instantes. Então, a corrente na fase deve ter valor zero quando a posição e movimento coincidirem com a derivada negativa da curva de indutância.

A Figura 3 ilustra essa situação onde a tensão é aplicada e retirada a tempo de se extinguir a corrente na fase, antes do período de variação negativa de indutância em relação à posição do rotor.

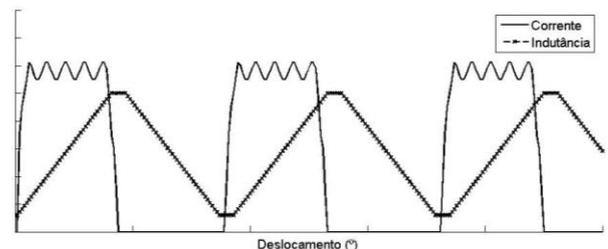


Fig. 3. Indutância e corrente em um MRV.

Assim, pode-se concluir que não há uma regra sobre quantos graus um MRV deve ser energizado, esse valor é diferente para cada motor, uma vez que o perfil de indutância depende da quantidade de polos, das dimensões e das características definidas na etapa de projeto do MRV. Dessa forma, é necessária a realização de testes para determinar qual o deslocamento necessário para a extinção da corrente, para que um conjugado negativo indesejado não apareça no eixo do motor.

A Figura 4 mostra a curva ideal de indutância de fase, os pulsos de corrente e conjugado ideais produzidos por um motor monofásico 4/4, que é o motor aqui estudado.

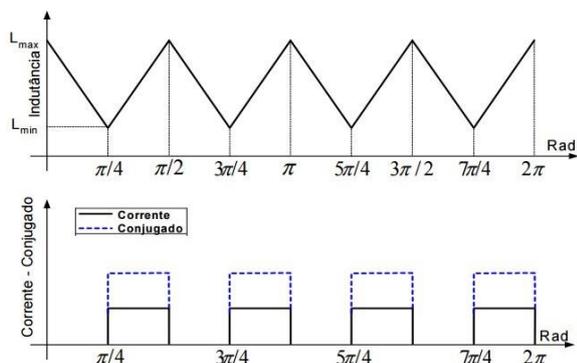


Fig. 4. Produção de conjugado positivo para o MRVM 4/4.

Analisando a figura acima chega-se à conclusão que o motor 4/4 possui algumas regiões onde o conjugado produzido é nulo, e a consequência disto é a impossibilidade da máquina partir em determinadas posições caso não seja utilizado algum artifício apropriado. Essas posições se localizam nas proximidades de  $\pi/4$  radianos, e seus múltiplos, ou seja, quando os polos do rotor e do estator estão alinhados [2].

Para que o motor possa partir estando o rotor em qualquer posição é necessário utilizar algum método de partida que garanta isso. Há várias técnicas de partida, como ímãs permanentes, capacitor de partida, bobinas auxiliares. O método de partida utilizado no motor estudado é a utilização de bobinas auxiliares.

O uso de bobinas auxiliares consiste na adição de polos auxiliares estrategicamente colocados entre os polos do estator. Através da correta energização das bobinas auxiliares é gerado um conjugado que leva o rotor a estacionar em uma posição que permita a produção de conjugado de partida positivo. A principal vantagem dessa técnica é a possibilidade de deixar o rotor em posição para operar em ambos os sentidos.

O motor de relutância variável monofásico, objeto de estudo deste trabalho, foi projetado por [2] com o intuito de substituir um motor de indução monofásico com capacitor permanente que originalmente acionava um exaustor industrial. O MRVM foi projetado para acionar a mesma carga sob as mesmas condições, as quais trabalhava o motor de indução com capacitor permanente.

### III. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E FEMM

O conceito base do MEF diz que: qualquer função contínua, tal como campo magnético, temperatura, ou pressão, pode ser aproximada por um modelo discreto contínuo de funções elementares, definidas num número finito de subdomínios da função contínua. As funções elementares serão definidas a partir de um conjunto definido de pontos da função contínua [8].

A formulação de um problema pelo MEF tem, portanto, duas componentes: a primeira, derivada do conceito base do método, consiste na divisão do meio contínuo em partes (elementos) e na descrição do comportamento do meio contínuo como resultado da “soma” do comportamento dos elementos; a segunda componente é relativa à formulação do comportamento de cada elemento como parte do meio contínuo em que se integra [3].

Ao longo dos anos foram desenvolvidos inúmeros softwares para a simulação de elementos finitos, entretanto o método de simulação utilizado independe do software escolhido, e é composto de três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento, descritos detalhadamente a seguir.

O pré-processamento é constituído por aspectos importantes do problema proposto, como as características geométricas, as propriedades elétricas, a formulação analítica do problema, a definição do domínio, as condições de contorno, que corresponde a criação de fronteiras, e a geração da malha de elementos finitos, ou triangulação.

A etapa de processamento baseia-se na aplicação de um método para resolução das equações que descrevem o problema, geralmente feito através de métodos residuais, nos quais as equações numéricas são discretizadas e implementadas diretamente no programa computacional, resultando numa maior facilidade e simplicidade na aplicação e compreensão do programa computacional utilizado para implementar o MEF [7].

O pós-processamento é a terceira e última etapa, nela são avaliados e processados todos os resultados obtidos, mostrados tanto no formato numérico como no formato gráfico.

O software utilizado para a simulação de elementos finitos foi o FEMM (Finite Element Method Magnetics), um programa completo, de fácil utilização, e que possibilita a obtenção de inúmeros resultados tanto gráficos como numéricos.

Paralelamente ao FEMM, foi utilizado o LuaEdit para escrever o código de simulação do motor, programando desde a importação do desenho dimensional do motor, feito no AutoCad, até o movimento do rotor e a obtenção de dados para cada posição do mesmo.

## IV. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

### A. Pré-processamento

O motor simulado foi projetado por [2]. A Figura 5 mostra o desenho dimensional das lâminas do estator e do rotor, as bobinas principais tem 71 espiras de condutor de cobre 18 AWG e as bobinas auxiliares 71 espiras de condutor de cobre 21 AWG.

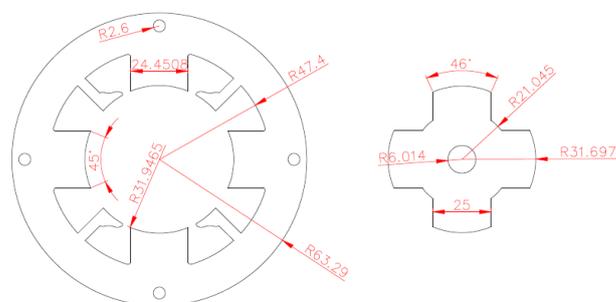


Fig. 5. Detalhes das dimensões das lâminas do estator e do rotor.

As medidas são dadas em milímetros para maior precisão.

Como não havia informação sobre o nome ou fabricante do aço utilizado nas lâminas do rotor e do estator, foi necessário fazer uma comparação a partir dos dados de

projeto com os dados de catálogo de diversos fabricantes. Assim, o aço silício E230 de grãos não orientados, do fabricante Arcelor Mittal, foi o que mais se aproximou ao aço utilizado no projeto e será utilizado na simulação.

## B. Processamento

Nesta etapa, o FEMM processa o código escrito na linguagem LUA e executa os cálculos a partir da malha triangular gerada. Para o motor, foi criada uma malha de elementos triangulares com 15476 nós. Assim será resolvido pelo software um sistema com 15476 equações, a precisão para as rotinas de pré-processamento e de processamento deve ter ordem de grandeza de no mínimo  $10^{-8}$ .

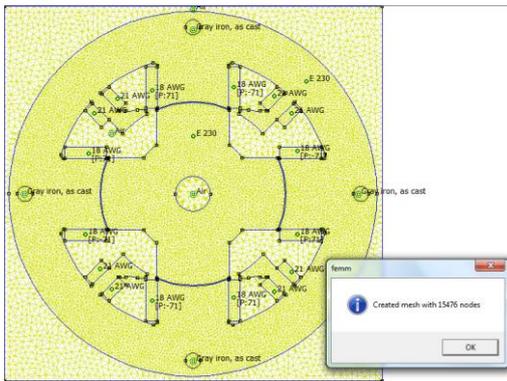


Fig. 6. Malha de elementos finitos do MRVM.

## C. Pós-processamento

Na etapa de pré-processamento foi definido as variáveis de saída a serem obtidas para cada variação de  $1^\circ$  na posição do rotor, que ocorre a cada iteração do programa. Foram obtidos os valores de indutância e conjugado e a densidade de fluxo magnético, em regime permanente, somente com a fase principal energizada, e na partida, somente com a fase auxiliar energizada.

### 1) Polos principais

Primeiro, as bobinas principais foram energizadas com 3,9A, uma vez que a corrente nominal do motor é 4,0A. A Figura 7.a mostra a densidade de fluxo magnético para a posição  $0^\circ$ , polos alinhados, que corresponde a posição onde a relutância é mínima (indutância máxima) e a densidade de fluxo é máxima. A Figura 7.b mostra a densidade de fluxo magnético quando os polos do rotor e do estator estão totalmente desalinhados, quando a indutância e densidade de fluxo atingem seu valor mínimo.

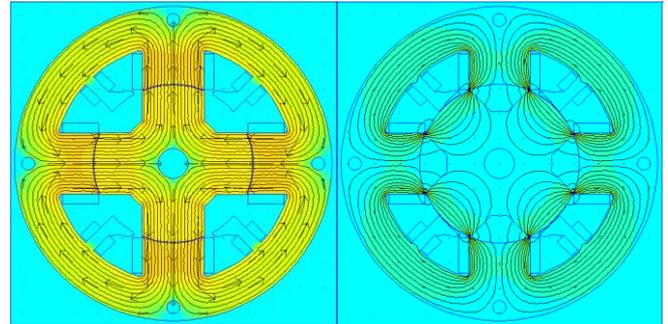


Fig. 7. Densidade de fluxo para polos alinhados (a) e polos desalinhados (b).

Os valores de indutância encontrados pelo FEMM foram 50,78 mH para a indutância máxima e 7,33 mH para a mínima. O perfil de indutância da fase principal é apresentado na Figura 8.

A Figura 9 mostra o perfil de conjugado da fase principal, os valores máximos e mínimos obtidos foram de 0,86 N.m e -0,86 N.m. Há conjugado negativo pois não foi feito nenhum tipo de controle para evitar isso, dado que se trata de uma situação hipotética.

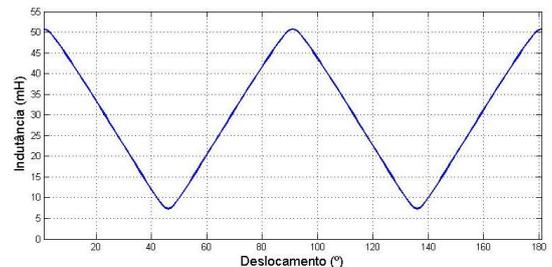


Fig. 8. Perfil de indutância da fase principal obtido no FEMM.

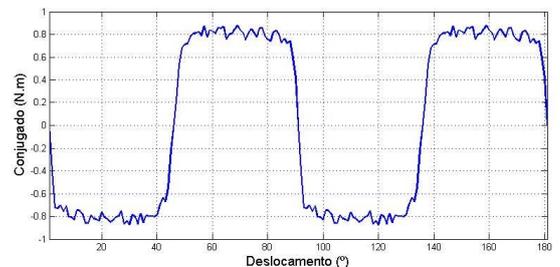


Fig. 9. Perfil de conjugado da fase principal obtido no FEMM.

### 2) Polos auxiliares

Para a simulação da fase auxiliar faz-se necessário salientar que as bobinas diametralmente opostas estão ligadas em série, formando um padrão de fluxo norte sul. Para a partida do motor no sentido horário energiza-se um par das bobinas auxiliares, para o funcionamento no sentido anti-horário energiza-se o outro par de bobinas auxiliares.

No caso das bobinas auxiliares, há uma mudança nos eixos de referência com relação a fase principal, a referência neste caso é o eixo dos polos auxiliares. Portanto, a indutância máxima ocorre quando os eixos dos polos auxiliares e do rotor estão totalmente alinhados, e a indutância mínima ocorre quando estão desalinhados.

A Figura 10.a apresenta a densidade de fluxo magnético para o momento em que os eixos dos polos estão

desalinhados, a indutância é mínima, e a Figura 10.b apresenta a densidade de fluxo magnético quando o eixo dos polos auxiliares e do rotor estão alinhados. Para esta posição a relutância magnética é mínima e a indutância atinge seu maior valor. As bobinas auxiliares foram energizadas com 2,0A.

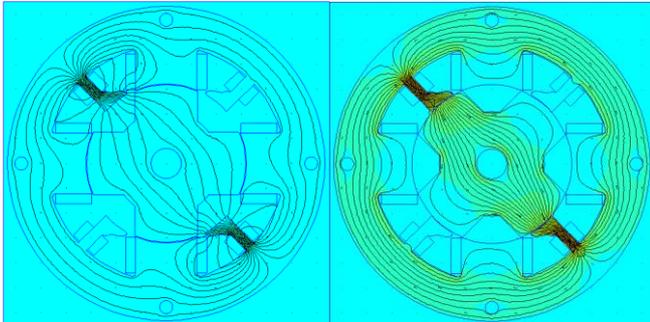


Fig. 10. Densidade de fluxo para polos alinhados (a) e polos desalinhados (b).

A indutância máxima obtida foi de 10,36 mH, enquanto a mínima foi 1,32 mH. A Figura 11 mostra o perfil de indutância da fase auxiliar para a variação da posição do rotor.

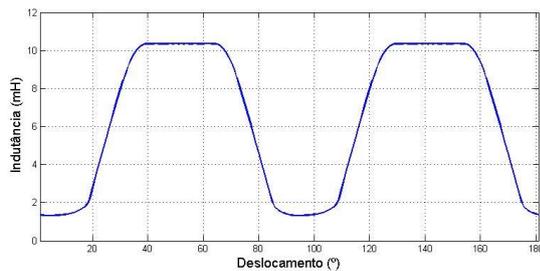


Fig. 11. Perfil de indutância da fase auxiliar obtido no FEMM.

O perfil de conjugado obtido para a fase auxiliar quando percorrida por 2,0A pode ser observado na Figura 12. O conjugado tem seu valor máximo de aproximadamente 0.11 N.m e seu valor mínimo de aproximadamente -0.12 N.m.

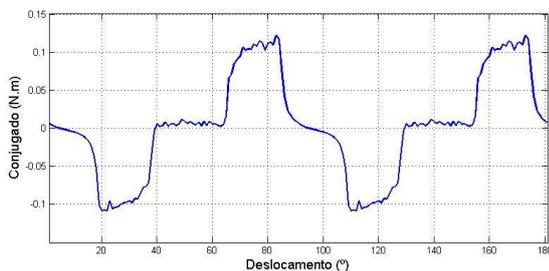


Fig. 12. Perfil de conjugado da fase auxiliar obtido no FEMM.

## V. ANÁLISE DE RESULTADOS

Em posse das curvas de indutância de fase e conjugado ideais produzidas por um motor à relutância variável monofásico 4/4 apresentadas na Figura 3, é possível comparar os resultados obtidos com os resultados esperados.

As Figuras 8 e 9 apresentam as curvas de indutância e conjugado positivo obtido para o motor, a título de

comparação a Figura 13 apresenta a curva de indutância e a curva do conjugado no mesmo gráfico.

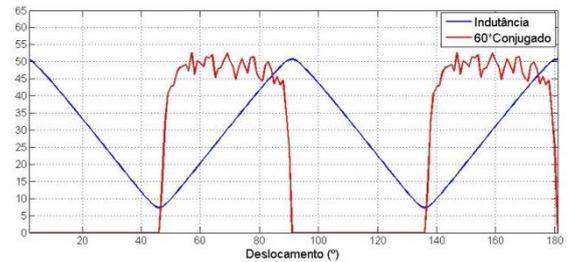


Fig. 13. Perfil de indutância e conjugado obtido.

Pode-se perceber facilmente que as curvas obtidas são similares as curvas esperadas, ou seja, o conjugado se torna positivo quando a indutância atinge seu valor mínimo, e começa a decrescer quando a indutância se torna máxima. Durante o período de crescimento da indutância o conjugado varia em torno de um valor fixo, esta variação indica também que os resultados entregues pelo MEF são muito próximos da realidade, visto que como mencionado acima uma das desvantagens do MRV é o torque descontínuo e o efeito de ondulação (*ripple*) no torque, justamente o que foi obtido como resultado.

A Figura 14 mostra a curva de magnetização BxH do aço de grãos não orientados E230, utilizado nas laminas do rotor e do estator, já a Figura 15 apresenta a escala de cores definida para plotagem da densidade de fluxo magnético B na simulação.

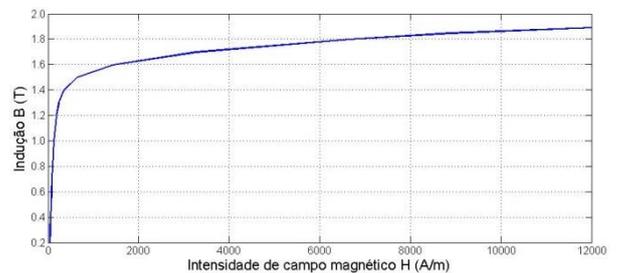


Fig. 14. Curva de magnetização do aço E230.

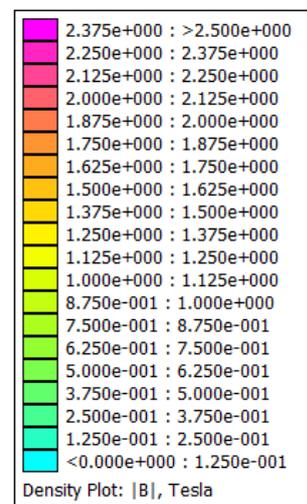


Fig. 15. Escala de cores da densidade de fluxo B.

Avaliando a escala de cores e a curva de magnetização, pode-se concluir que mesmo para as posições onde o fluxo magnético é máximo não há saturação do material magnético do rotor e do estator, assim o motor está trabalhando no joelho da curva de magnetização BxH do aço silício E230. O funcionamento do motor no joelho da curva BxH tem duas principais vantagens: ótimo aproveitamento do potencial condutor do material e diminuição das perdas por histerese, devido a não saturação do material magnético. Assim, contribui-se para o aumento da eficiência do motor.

## VI. CONCLUSÕES

Este artigo dedicou-se ao estudo do método dos elementos finitos aplicado à máquina de relutância variável, elucidando os princípios de funcionamento de uma máquina a relutância variável, o método dos elementos finitos e a metodologia de simulação computacional realizada.

A análise dos resultados obtidos mostram a eficiência do MEF e sua importância para o estudo de máquinas elétricas. Os resultados fornecidos pela simulação quando comparados aos resultados ideais para um MRVM 4x4, apresentados na seção II, mostram que as curvas seguem a situação ideal, mas apresentam diferenças próprias do funcionamento real, como o efeito de ondulação (*ripple*) do conjugado, tanto para a fase principal como para a fase auxiliar.

Portanto, o uso de ferramentas computacionais baseadas no MEF durante a etapa de projeto é muito importante pois permite ao projetista obter resultados rápidos e confiáveis e adaptar o projeto de acordo com seu objetivo final. Além disso, é possível refinar o projeto antes da construção de um protótipo.

Assim, a indicação para trabalhos futuros é utilizar o MEF durante o projeto do motor, obtendo as curvas características e variando as dimensões do MRV, com a finalidade de obter

os melhores resultados ainda na etapa de projeto. Ensaiar o protótipo do MRVM projetado por [2] e comparar com os resultados obtidos neste artigo é também uma sugestão para trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS

- [1] A.A. Arkadan and B.W. Kielgas, *Switched reluctance motor drive systems dynamic performance prediction and experimental verification*. IEEE Trans. On Energy Conversion, vol. 9, no. 1, pp. 36– 44, Mar. 1994.
- [2] R. S. Costa, *Análise, Projeto e Construção do motor monofásico à relutância chaveado: Uma solução eficiente para cargas de potência fracionária*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, 2004.
- [3] H. N. B. Gonçalves, *Otimização do projecto de motores assíncronos trifásico: Caracterização da temperatura*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2001.
- [4] D. Hutton, *Fundamentals of finite element analysis*. McGraw-Hill, 1ª Edição, Nova Iorque, 2004.
- [5] R. Krishnan, *Switched Reluctance Motor Drives – Modeling, Simulation, Analysis, Design and Applications*. CRC Press, 1ª Edição, Nova Iorque, 2001.
- [6] T. J. E. Miller, *Switched Reluctance Motors and their Control*. Magna Physics Publishing and Clarendon Press, 1ª Edição, Oxford, 1993.
- [7] D. N. Oliveira, G. B. Ferreira, R. S. T. PONTES, *Método dos Elementos Finitos como ferramenta didática para o ensino de eletrostática e magnetostática*. XXXVIII COBENGE, Fortaleza/CE, 2010.
- [8] L. J. Segerlind, *Applied Finite Element analysis*. John Wiley and Sons, 1ª Edição, Nova Iorque, 1978.