

MODELAGEM DINÂMICA DE UM VEÍCULO AÉREO NÃO TRIPULADO DO TIPO QUADRICÓPTERO

Gabriela Vieira Lima, Rafael M. J. A. de Souza, Aniel Silva de Moraes, Josué Silva de Moraes

Laboratório de Automação, Servomecanismos e Controle (LASEC)

Faculdade de Engenharia Elétrica (FEELT) - Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

Av. João Naves de Ávila, 2160 - Bloco 3N - Campus Santa Mônica CEP: 38.400-902. Uberlândia, MG, Brasil

gabriela.vieira.lima@hotmail.com, rafael.mjas@gmail.com, aniel@eletrica.ufu.br, josue@eletrica.ufu.br

Resumo – Este trabalho propõe a representação do modelo dinâmico de um veículo aéreo não tripulado (VANT), do tipo quadricóptero. Este sistema possui seis graus de liberdade, e é composto por quatro rotores simetricamente distribuídos, sendo classificado como um sistema mecânico subatuado. A modelagem do quadricóptero foi realizada através do formalismo de Euler-Lagrange. O modelo dinâmico obtido neste trabalho será utilizado no projeto de uma estratégia de controle para seguimento de trajetória.

Palavras-Chave – Euler-Lagrange, Quadricóptero, Modelo Dinâmico, Sistema Subatuado, Veículo Aéreo Não Tripulado.

DYNAMIC MODELING OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE QUADROTOR-TYPE

Abstract - This paper proposes a representation of the dynamic model of an unmanned aerial vehicle (UAV) quadrotor-type. This system has six degrees of freedom, and it's compound by four rotors symmetrically distributed, which is classified as an underactuated mechanical system. The quadrotor modeling was performed using the Euler-Lagrange formalism. The dynamic model obtained in this work will be used to design a path tracking control strategy.

Keywords – Euler-Lagrange, Quadrotor, Dynamic Model, Underactuated Model, Unmanned Aerial Vehicle.

NOMENCLATURA

$O_{3 \times 3}$ Matriz de zeros, com dimensão 3×3 .

$I_{3 \times 3}$ Matriz identidade, com dimensão 3×3 .

ξ Posição do centro de massa do quadricóptero, em relação ao eixo inercial.

η Vetor composto pelos ângulos de Euler, para orientação do quadricóptero.

θ Ângulo de arfagem.

ϕ Ângulo de rolagem.

ψ Ângulo de guinada.

J Sistema de coordenadas inercial $\{\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}\}$.

B Sistema de coordenadas com origem no centro de massa do quadricóptero $\{\bar{X}_l, \bar{Y}_l, \bar{Z}_l\}$.

R_J – Matriz de rotação.

I. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, avanços tecnológicos em sistemas microeletromecânicos, no armazenamento de energia e no processamento de informações possibilitaram o desenvolvimento dos veículos aéreos não tripulados (VANT). Tais sistemas podem ser guiados via controle remoto ou de forma autônoma.

Este tipo de veículo tem se tornado assunto de interesse de pesquisadores e empresas, uma vez que podem ser utilizados em diversas aplicações civis e militares. Suas principais atribuições são: tarefas de busca e resgate, vigilância, entregas, reconhecimento de ambientes hostis, inspeções de grandes áreas e na indústria cinematográfica [1,5].

Na literatura é possível encontrar diversos tipos de veículos aéreos não tripulados, entretanto, nesta categoria tem se destacado o quadricóptero, um helicóptero com múltiplos rotores. A estrutura do quadricóptero pode ser observada na Figura 1.



Fig. 1. Estrutura do quadricóptero.

Suas principais vantagens são a possibilidade de realizar decolagens e pousos verticais, bem como pairar em uma determinada altitude. Além disso, não se faz necessário o controle dos ângulos das hélices, como em helicópteros tradicionais, e ainda possuem uma maior capacidade total de carga.

Entretanto, projetar sistemas de controle para quadricóptero não é uma tarefa simples. Isto se deve ao fato de que este tipo de veículo é um sistema mecânico subatuado, ou seja, possui seis graus de liberdade, sendo três coordenadas de posição (x, y, z) e três ângulos de orientação



XII CEEL – ISSN 2178-8308
13 a 17 de Outubro de 2014
Universidade Federal de Uberlândia – UFU
Uberlândia – Minas Gerais – Brasil

(arfagem, rolagem e guinada), e apenas quatro entradas de controle (velocidade dos quatro rotores), o que impossibilita regular todos os graus de liberdade no mesmo instante de tempo. Além disso, possuem um comportamento variante no tempo, são altamente não lineares, são afetados por distúrbios aerodinâmicos, e estão sujeitos a incertezas paramétricas e dinâmicas não modeladas [1,2].

Contudo, para o desenvolvimento da estratégia de controle faz-se necessário modelar o quadricóptero. Para tal, existem duas abordagens: uma baseada nas equações físicas do sistema e outra baseada em técnicas de identificação de sistemas. De forma geral, a primeira abordagem utiliza as equações de movimento da mecânica para a representação do sistema físico, enquanto que a segunda técnica estima o modelo baseado nos dados de excitação e resposta do sistema [4].

Na literatura existem duas técnicas para a modelagem através das equações de movimento, a representação de Newton-Euler e a de Euler-Lagrange. Ambas modelam a dinâmica do corpo rígido, embora a primeira técnica trabalhe com o referencial localizado no centro de massa, enquanto que a segunda utiliza o referencial inercial.

Neste contexto, este trabalho propõe a modelagem dinâmica do sistema através do formalismo de Euler-Lagrange, para que posteriormente, os resultados aqui obtidos sejam utilizados na proposta de uma técnica de controle para seguimento de trajetória.

II. MODELAGEM DINÂMICA

A. Descrição do sistema

A modelagem dinâmica do quadricóptero foi realizada assumindo a hipótese de que o veículo é um corpo rígido no espaço, sujeito a uma força principal (impulso) e três torques [1,3]. Estas informações estão representadas na Figura 2.

Conforme dito anteriormente, o quadricóptero é um sistema mecânico subatuado, altamente não linear e afetado por distúrbios aerodinâmicos. Dadas estas complexidades, são realizadas algumas simplificações no modelo, tais como: assume-se que o centro de massa e a origem do eixo de coordenadas fixo ao corpo rígido são coincidentes, e o efeito *ground* é negligenciado. Além disso, consideramos o quadricóptero como uma estrutura rígida e simétrica, e o efeito giroscópico resultante da rotação do corpo rígido e das quatro hélices são considerados como distúrbios do sistema de rotação [1].

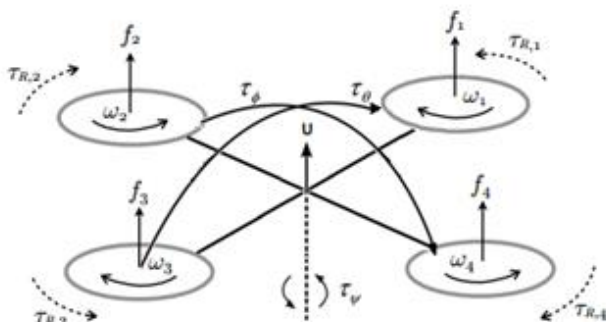


Fig. 2. Diagrama de forças e torques do quadricóptero.

Os dois pares de hélices do quadricóptero (1,3) e (2,4) giram em sentidos opostos, para manter o equilíbrio da plataforma. Desta forma, para obtermos movimentação longitudinal faz-se necessário variar a velocidade dos rotores frontal e posterior, Figura 3 (a, b). O deslocamento lateral é obtido através da variação de velocidade dos rotores esquerdo e direito, Figura 3 (c, d). Já os movimentos de guinada são proporcionados pela diferença no contra torque entre cada par de rotores, Figura 3 (g, h).

Por fim, movimentos de ascensão ou descida são gerados pelo aumento ou diminuição simultânea da velocidade dos quatro rotores do quadricóptero, Figura 3 (e, f).

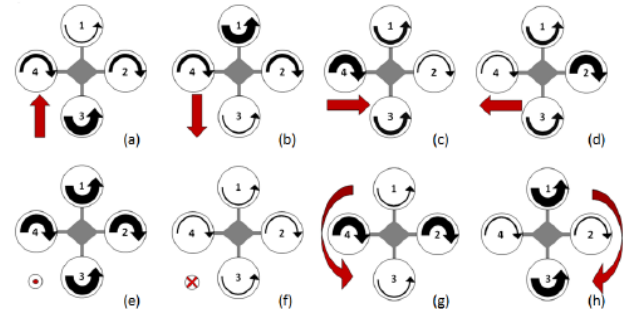


Fig. 3. Diagrama de movimentação do quadricóptero.

B. Cinemática do Quadricóptero

Para a modelagem do quadricóptero assume-se a existência de dois sistemas de referência, um fixo ao corpo rígido e um inercial.

O sistema fixo ao quadricóptero tem a origem localizada em seu centro de massa, e é nomeado como $B = \{\bar{X}_l, \bar{Y}_l, \bar{Z}_l\}$. Sendo, \bar{X}_l o eixo da direção normal de voo, \bar{Y}_l é ortogonal a \bar{X}_l e com o sentido positivo para estibordo no plano horizontal, e \bar{Z}_l é orientado no sentido ascendente e ortogonal ao plano $\bar{X}_l O \bar{Y}_l$. O referencial inercial é considerado fixo em relação a terra, e é designado como $J = \{\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}\}$ [1,2,3].

O vetor $\xi = [x \ y \ z]'$ representa o posicionamento do centro de massa do quadricóptero em relação ao eixo inercial J . Estas informações podem ser visualizadas Figura 4.

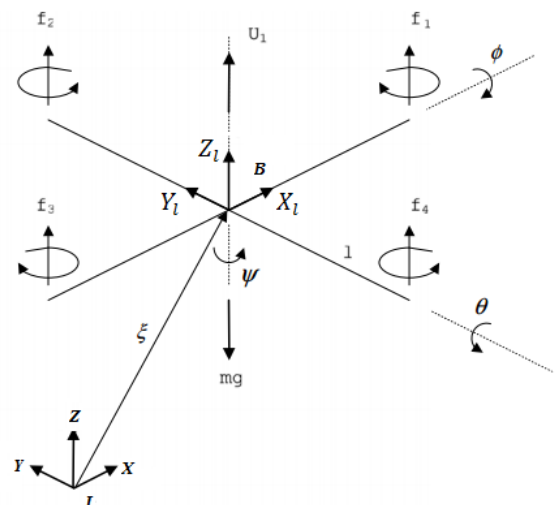


Fig. 4. Sistemas de coordenadas do quadricóptero.

Além das coordenadas de posição, faz-se necessário obter as coordenadas de orientação do veículo aéreo em relação ao eixo inercial.

A orientação de um corpo rígido pode ser obtida através de diferentes técnicas, a mais comum são os ângulos de Euler. É possível encontrar a orientação relativa entre dois sistemas de coordenadas através de doze definições independentes dos ângulos de Euler, sendo que os métodos mais comuns são a convenção x (rotação em torno dos eixos z - x - z), convenção y (rotação em torno dos eixos z - y - z) e a convenção x-y-z (rotação em torno dos eixos x - y - z). Esta última convenção é a mais utilizada na área de engenharia aeroespacial, e é conhecida também como convenção *Tait-Bryan*. Portanto, este método utiliza três ângulos para descrever a rotação geral no espaço Euclidiano tridimensional, através de três rotações sucessivas em torno dos eixos do sistema no qual ficam definidos [1,5].

1. Rotação ao redor de \vec{Z}_l : a primeira rotação ocorre ao redor do eixo \vec{Z}_l , e o ângulo de movimentação se refere à guinada (ψ).

$$\begin{bmatrix} X'_l \\ Y'_l \\ Z'_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

2. Rotação ao redor de \vec{Y}_l : o segundo movimento é realizado em torno do novo eixo \vec{Y}_l , e o ângulo de movimentação se refere à arfagem (θ).

$$\begin{bmatrix} X''_l \\ Y''_l \\ Z''_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'_l \\ Y'_l \\ Z'_l \end{bmatrix} \quad (2)$$

3. Rotação ao redor de \vec{X}_l : o terceiro movimento é a rotação que corresponde ao ângulo de rolagem (ϕ), realizado em torno do novo eixo \vec{X}_l , que move o quadricóptero para a posição final.

$$\begin{bmatrix} X_l \\ Y_l \\ Z_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X''_l \\ Y''_l \\ Z''_l \end{bmatrix} \quad (3)$$

Desta forma, obtemos as matrizes de rotação que representam a orientação do corpo rígido em cada um dos seus eixos.

$$\begin{cases} R(x_B, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \\ R(y_B, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \\ R(z_B, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

Observe que as matrizes de rotação $R(x_B, \phi)$, $R(y_B, \theta)$, $R(z_B, \psi)$ descrevem a rotação partindo do eixo inercial para o eixo ligado ao corpo rígido. Portanto, através da propriedade de matriz transposta, obtemos a matriz de orientação relativa do sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido, em relação ao sistema de coordenadas inercial. Esta matriz é conhecida como matriz $R_J: B \rightarrow J$.

$$R_J = R(x_B, \phi)' \cdot R(y_B, \theta)' \cdot R(z_B, \psi)' \quad (5)$$

$$R_J = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi S\theta C\phi + S\psi S\phi \\ S\psi C\theta & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

Onde:

$$\begin{aligned} C &= \cos \\ S &= \sin \end{aligned}$$

As equações cinemáticas do movimento de translação e rotação podem ser obtidas através da matriz de rotação.

Para o movimento translacional, temos que sua equação cinemática pode ser escrita como:

$$v_J = R_J \cdot v_B \quad (7)$$

Onde:

v_J - Velocidade linear do quadricóptero, em relação ao eixo inercial - $[u_0 \ v_0 \ w_0]'$.

v_B - Velocidade linear do quadricóptero em relação ao eixo fixo no corpo rígido - $[u_L \ v_L \ w_L]'$.

Com o intuito de obter a equação de cinemática rotacional, foi calculada a relação entre a velocidade angular do quadricóptero e a derivada temporal dos ângulos de Euler, conforme apresentado nas equações 8, 9 e 10.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R(x_B, \phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + (R(y_B, \theta)' R(x_B, \phi)')^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\omega = W_n \dot{n} \quad (10)$$

Onde:

ω - Velocidade angular do corpo rígido em relação ao eixo fixo no quadricóptero - $[p \ q \ r]'$.

\dot{n} - Velocidade angular do corpo rígido em relação ao eixo inercial - $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]'$.

W_n - Matriz de Euler.

A derivada temporal dos ângulos de Euler pode ser obtida através da matriz inversa de Euler.

$$\dot{n} = W_n^{-1} \cdot \omega \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (12)$$

É importante observar que as derivadas temporais dos ângulos de Euler $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]'$ são funções descontínuas. Estes dados são diferentes das variações angulares medidas em relação ao eixo ligado ao corpo rígido $[p \ q \ r]$, que podem ser fisicamente medidas, por exemplo, através de giroscópios. Geralmente, sistemas aeroespaciais são equipados com Unidades de Medição Inercial (UMI), que medem as variações angulares e estimam os ângulos de Euler [1,2].

C. Equações de Movimento: Formulação Euler-Lagrange

Considerando o quadricóptero como um corpo livre no espaço, sob a ação de forças e torques externos, sua energia total pode ser expressa pela função Lagrangeano, a qual representa a energia cinética total menos a potencial.

$$L = K - U = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \omega^T I \omega - mgz \quad (13)$$

Onde:

- L – Função Lagrangeano.
- K – Energia cinética.
- U – Energia potencial.
- m – Massa do quadricóptero.
- I – Matriz de inércia.
- g – Aceleração gravitacional.

Para a obtenção das equações de movimento do sistema, faz-se necessário definir a restrição de Euler-Lagrange.

$$\begin{bmatrix} f_{\xi} \\ \tau_n \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} \right) \quad (14)$$

Onde:

- f_{ξ} – Vetor de força translacional
- τ_n – Vetor que representa os momentos de arfagem, rolagem e guinada, $\in \mathfrak{R}^3$.
- q – Vetor de coordenadas generalizadas $[\xi' \ n']' \in \mathfrak{R}^6$

Por fim, após aplicar (13) em (14) tem-se o modelo dinâmico de alto nível representado no eixo inercial.

$$\begin{bmatrix} m_{13x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & J_{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3x3} & 0_{3x3} \\ 0_{3x3} & C_{nn}(q, \dot{q}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mg_{e3} \\ 0_{3x3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{\xi} \\ \tau_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{\xi} \\ \delta_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

Onde:

- $J_{(n)}$ – Matriz de inércia rotacional.
- $C_{nn}(q, \dot{q})$ – Matriz rotacional de Coriolis e forças centrípetas.
- δ – Vetor de distúrbios que atuam sobre o quadricóptero.

É importante observar que o vetor de distúrbios engloba incertezas paramétricas, dinâmicas não modeladas, vibrações mecânicas, ruídos elétricos e distúrbios externos [5].

Através do modelo dinâmico do quadricóptero (15) podemos observar que o sistema é desacoplado. Desta forma, o modelo pode ser dividido em dois sistemas dinâmicos interconectados, o subsistema translacional e o rotacional [1].

As equações do movimento de translação podem ser expressas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \ddot{X} = \frac{1}{m} (\cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \theta) U + \frac{\delta_{\xi x}}{m} \\ \ddot{Y} = \frac{1}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \theta) U + \frac{\delta_{\xi y}}{m} \\ \ddot{Z} = -g + \frac{1}{m} (\cos \theta \cos \phi) U + \frac{\delta_{\xi z}}{m} \end{cases} \quad (16)$$

Onde:

- \ddot{X} – Aceleração no eixo X.
- \ddot{Y} – Aceleração no eixo Y.
- \ddot{Z} – Aceleração no eixo Z.

Em sua forma compacta, a equação do movimento rotacional pode ser expressa por:

$$\ddot{n} = J(n)^{-1} (\tau_n - C(n, \dot{n}) \dot{n}) \quad (17)$$

Onde:

- \ddot{n} – Aceleração nos eixos angulares.

A matriz de inércia do subsistema rotacional é dada pela seguinte equação:

$$J^{(n)} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx} S \theta \\ 0 & I_{yy} C^2 \phi + I_{zz} S^2 \phi & (I_{yy} - I_{zz}) C \phi S \phi C \theta \\ -I_{xx} S \theta & (I_{yy} - I_{zz}) C \phi S \phi C \theta & I_{xx} S^2 \theta + I_{yy} S^2 \phi C^2 \theta + I_{zz} C^2 \phi C^2 \theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

Já a matriz rotacional de forças centrífugas e de Coriolis é definida pela equação 19. Seus elementos podem ser calculados através dos Símbolos de Christopher.

$$C(n, \dot{n}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Símbolos de Christopher:

$$C_{11} = 0$$

$$C_{12} = (I_{yy} - I_{zz}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi + \frac{1}{2} \dot{\psi} S^2 \phi C \theta \right) + \frac{1}{2} (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta - \frac{1}{2} I_{xx} \dot{\psi} C \theta$$

$$C_{13} = (I_{zz} - I_{yy}) \left(\dot{\psi} C \phi S \phi C^2 \theta + \frac{1}{2} \dot{\theta} C \theta C^2 \phi \right) + \frac{1}{2} (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta - \frac{1}{2} I_{xx} \dot{\psi} C \theta$$

$$C_{21} = (I_{ZZ} - I_{YY}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi + \frac{1}{2} \dot{\psi} C \theta S^2 \phi \right) + \frac{1}{2} (I_{YY} - I_{ZZ}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta + \frac{1}{2} I_{XX} \dot{\psi} C \theta$$

$$C_{22} = (I_{ZZ} - I_{YY}) \dot{\phi} C \phi S \phi$$

$$C_{23} = -I_{XX} \dot{\psi} S \theta C \theta + I_{YY} \dot{\psi} S^2 \phi C \theta S \theta + I_{ZZ} \dot{\psi} C^2 \phi S \theta C \theta + \frac{1}{2} (I_{YY} - I_{ZZ}) \dot{\phi} C \theta C^2 \phi + \frac{1}{2} (I_{ZZ} - I_{YY}) \dot{\phi} C \theta S^2 \phi + \frac{1}{2} I_{XX} \dot{\phi} C \theta$$

$$C_{31} = (I_{YY} - I_{ZZ}) \left(\dot{\psi} C^2 \theta C \phi S \phi + \frac{1}{2} \dot{\theta} C \theta C^2 \phi \right) + \frac{1}{2} (I_{ZZ} - I_{YY}) \dot{\theta} S^2 \phi C \theta - \frac{1}{2} I_{XX} \dot{\theta} C \theta$$

$$C_{32} = (I_{ZZ} - I_{YY}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi S \theta + \frac{1}{2} \dot{\theta} C \theta S^2 \phi \right) + \frac{1}{2} (I_{YY} - I_{ZZ}) \dot{\phi} C^2 \phi C \theta - \frac{1}{2} I_{XX} \dot{\theta} C \theta + I_{XX} \dot{\psi} S \theta C \theta - I_{YY} \dot{\psi} S^2 \phi S \theta C \theta - I_{ZZ} \dot{\psi} C^2 \phi S \theta C \theta$$

$$C_{33} = (I_{YY} - I_{ZZ}) \dot{\phi} C \phi S \phi C^2 \theta - I_{YY} \dot{\theta} S^2 \phi S \theta C \theta - I_{ZZ} \dot{\theta} C^2 \phi S \theta C \theta + I_{XX} \dot{\theta} C \theta S \theta$$

III. CONCLUSÕES

A crescente utilização dos veículos aéreos não tripulados em tarefas civis e militares tem propiciado o desenvolvimento de pesquisas na área de sensoriamento, armazenamento de dados e estratégias de controle para melhor desempenho deste tipo de sistema.

No Brasil, o número de projetos nesta área vem aumentando a cada ano. Nosso país vem se tornando produtor, desenvolvedor e operador de veículos aéreos não tripulados, tanto para aplicações civis quanto militares [6].

Desta forma, este trabalho apresentou um modelo dinâmico de alto nível para um quadricóptero, obtido através das equações de Euler-Lagrange. A formulação apresentada buscou manter um compromisso entre complexidade e realismo.

Através do modelo dinâmico será possível desenvolver um estudo na área de controle de quadricópteros, de modo a possibilitar que estes veículos possam executar com precisão tarefas de posicionamento e seguimento de trajetórias. Mais ainda, a eficiência do controlador proposto deve ser observada mediante incertezas paramétricas e distúrbios aerodinâmicos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES pelo apoio ao projeto com bolsas de mestrado, bem como ao suporte e companheiros do Laboratório de Automação, Servomecanismos e Controle (LASEC) por disponibilizar o laboratório para as pesquisas e execução do projeto.

REFERÊNCIAS

- [1] G. V. Raffo, “Robust Control Strategies for a Quadrotor Helicopter - An Underactuated Mechanical System”. Tese de Doutorado, Universidad de Sevilla - Escuela Técnica Superior de Ingeniería, 2011.
- [2] G. V. Raffo, “Modelado y Control de un Helicóptero Quadrotor”. Tese de Mestrado. Universidad de Sevilla - Escuela Técnica Superior de Ingeniería, 2007.
- [3] S. Bouabdallah, and R. Siegwart, “Full Control of a Quadrotor”, *In Proc. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, CA, 2007.
- [4] A. S. Brandão, I. H. B. Pizzeta, R. Carelli, e M. Sarcinelli-Fillho, “Modelagem e controle não linear subatuado de um quad-rotor: Parte 1”, *XIX Congresso Brasileiro de Automática*, Campina Grande-PB, Brasil, 2012.
- [5] R. C. Sá. Construção, “Modelagem Dinâmica e Controle PID para Estabilidade de um Veículo Aéreo não Tripulado do tipo Quadrirotor”. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Fortaleza – CE, 2012.
- [6] Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia (2014). *Sistemas Aéreos Não Tripulados*. Acedido em 10 de Maio de 2014, em: <http://www.inct-sec.org/br/grupos-de-trabalho/gt3-sistemas-aereos-nao-tripulados>.