

ESTUDO DOS EFEITOS DOS ERROS RESIDUAIS DE CALIBRAÇÃO NA DETERMINAÇÃO DA PROFUNDIDADE EM SISTEMAS DE VISÃO ESTEREOSCÓPICA

Osmando Pereira Junior* Joceli Mayer

Laboratório de Processamento Digital de Sinais, Universidade Federal de Santa Catarina
osmandoj@gmail.com

Resumo – Apresenta-se, neste trabalho, um estudo dos efeitos do erro residual de calibração sobre a reconstrução da informação de profundidade em sistemas de visão estereoscópica. A influência é medida em termos do erro médio absoluto entre a profundidade reconstruída e a profundidade ideal. O conjunto de parâmetros analisado é composto pela distância focal f , linha de base b , ângulos de rotação da câmera em torno dos eixos x , y e z , ponto principal c , dimensão do pixel nas direções u e v do plano do sensor (η_u, η_v), e posição (x, y) dos pixels após correção da distorção da lente, todos analisados independente e separadamente: análise monovariável. Gerou-se imagens sintéticas com o modelo de câmera ideal *pinhole* e utilizou-se o toolbox de calibração de câmera (Camera Calibration Toolbox for Matlab) para obter conhecimento sobre a faixa de variação de alguns parâmetros. Observou-se que o erro médio absoluto de reconstrução é mais sensível à distorção sobre o conjunto de parâmetros $f, u_0, (x, y), \eta_u, C_x, C_z, \psi, \phi$ e θ .

Palavras-Chave – erro de reconstrução, erro residual de calibração, visão estereoscópica.

EMPIRICAL INFLUENCE ANALYSIS OF RESIDUAL CALIBRATION ERROR ON STEREO VISION SYSTEM DEPTH DETERMINATION

Abstract – This paper presents a study of the impact of calibration errors in the stereo vision system depth error, by simulations with synthetic data set. The parameter set is composed by focal distance f , baseline b , rotation angles ψ, ϕ and θ , principal point c , pixel length (η_u, η_v) and pixel position (x, y) . We investigate one parameter each time, considering independence between them. The *pinhole* camera model was used to generate synthetic images. Some parameters distortions were estimated using the Camera Calibration Toolbox for Matlab. Experiments show that the depth error is more sensible to distortions in the following parameters: $f, u_0, (x, y), \eta_u, C_x, C_z, \psi, \phi$ e θ .

Keywords – depth error, residual calibration error, stereo vision system.

I. INTRODUÇÃO

Visão estereoscópica é o processo de recuperação da informação tridimensional de uma cena, ou de um objeto da cena, a partir da análise de duas imagens bidimensionais, usando um modelo apropriado de câmera [7, 14]. As câmeras permitem uma rica representação da cena em comparação com outros tipos de sensores, como *laser* e *sonar*, sendo cada vez mais utilizadas em aplicações para robótica móvel e para auxílio na condução de veículos, tais como detecção e localização de objetos e obstáculos [11,13]. Visão estereoscópica é também utilizada em sensoriamento remoto e metrologia [3], e é composta por três etapas principais: calibração das câmeras, correspondência entre os pixels e reconstrução tridimensional [2, 5, 12, 14].

A calibração é o processo de estimação dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos da câmera, é considerada uma etapa de grande relevância, não apenas para a localização tridimensional em estereoscopia, mas também em diversas aplicações em fotogrametria e em Visão Computacional [4, 16, 18], principalmente quando se deseja obter resultados com maior precisão.

É importante estudar o comportamento do erro de reconstrução, específico para cada aplicação, para verificar quais são os parâmetros que comprometem a performance do sistema estereoscópico e para determinar o erro de *offset* inerente ao sistema, o qual pode ser referenciado como fator limitante do erro mínimo de reconstrução.

Zhang apresentou em [19] uma análise feita por simulação computacional referente à performance do sistema de calibração desenvolvido por ele mesmo, estudando o comportamento do erro relativo na determinação dos parâmetros α e β , fatores de escala nos eixos u e v da imagem, respectivamente, e do erro absoluto na determinação do ponto principal $c = (u_0, v_0)$. Observou que o erro aumenta linearmente com o nível do ruído e decresce com o aumento do número de imagens usadas na calibração, sendo indicado usar no mínimo três imagens; que imagens capturadas com inclinação relativa ao eixo da câmera maior que 30° contribuem para uma boa calibração dos parâmetros, sendo o valor ótimo alcançado com inclinação de 45°.

Llorca *et al.* [9] apresentam uma análise referente à influência do projeto do sistema estereoscópico (escolha dos parâmetros f, b e resolução espacial do sensor da câmera) na estimação do erro estéreo.



X CEEL - ISSN 2178-8308
24 a 28 de setembro de 2012
Universidade Federal de Uberlândia - UFU
Uberlândia - Minas Gerais - Brasil

* Bolsista do CNPq - Brasil

Kim *et al.* [7] analisam o erro de reconstrução tanto analítica quanto empiricamente.

Neste artigo é apresentado um estudo sobre a influência do erro residual de calibração do conjunto de parâmetros característicos da câmera, intrínsecos e extrínsecos, na determinação da informação de profundidade em visão estereoscópica.

Introduz-se, na seção 2, os modelos matemáticos utilizados para formação da imagem (projeção de pontos do sistema de coordenadas do mundo, espaço tridimensional R_w , para o sistema de coordenadas da imagem, espaço bidimensional R_i) e para reconstrução 3D (determinação do ponto tridimensional, uma vez conhecidos o par de pixels homólogos e os parâmetros intrínsecos e extrínsecos das câmeras). As simulações com dados sintéticos e a discussão sobre os resultados obtidos são descritas na seção 3. Na seção 4 é apresentada a conclusão referente ao trabalho realizado.

II. APRESENTAÇÃO TEÓRICA

O processo de formação da imagem é corrompido por diferentes fontes de ruído [6, 8, 15], as quais contribuem para a distorção da intensidade e da posição dos *pixels*.

Considera-se, neste trabalho, que o processo de formação da imagem é ideal, ou seja, sem presença de fontes de ruído; o modelo de câmera adotado é o *pinhole* (também conhecido como estenopeica [12]) com inclusão da dimensão dos *pixels* nas direções u e v do plano do sensor (em [2, 5], esse modelo é referenciado como modelo de câmera CCD); e que o conjunto de pares de pixels homólogos é conhecido (ou pode ser determinado idealmente).

Apresenta-se, a seguir, a notação usada neste artigo.

A. Notação

Um ponto no espaço tridimensional é representado por $\mathbf{M} = [X, Y, Z]^T$. A projeção de \mathbf{M} no plano da imagem é representado por \mathbf{m} . O índice ‘ w ’ (v_w) é usado para denotar um ponto representado no sistema de coordenadas 3D do mundo R_w , cuja unidade de medida é mm, enquanto o índice ‘ i ’ (v_i), para denotar um ponto representado no sistema de coordenadas 2D da imagem R_i , medido em *pixel*. Utiliza-se \tilde{v} para representar um ponto em coordenadas homogêneas (vetor coluna \mathbf{v} acrescido de um elemento unitário) e \hat{v} para representar um múltiplo real de \tilde{v} ($\hat{v} = a \tilde{v}$), em que a corresponde a um fator de escala. Utiliza-se os índices ‘ e ’ e ‘ d ’ para representar pontos nas imagens da esquerda I_e e da direita I_d , respectivamente.

B. Relação entre \mathbf{M}_w e \mathbf{m}

A projeção de \mathbf{M}_w no plano de imagem é dada pelas equações (1) e (2) [2, 5, 14].

$$\hat{m}_i = \begin{bmatrix} \eta_u & 0 & 0 \\ 0 & \eta_v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & u_0 \\ 0 & -f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [R|t] \tilde{M}_w \quad (1)$$

$$\hat{m}_i = B A [R|t] \tilde{M}_w$$

$$\tilde{m}_i = \frac{\hat{m}_i}{\hat{m}_{i_{31}}}, \quad (2)$$

em que (η_u, η_v) são as dimensões do *pixel* nas direções u e v do sensor de imagem; f é a distância focal da câmera; (u_0, v_0) são as coordenadas do ponto principal da imagem; \mathbf{R} é a matriz de rotação do sistema de coordenadas R_w para o sistema de coordenadas da câmera R_c , cuja lei de formação é apresentada em [2, 10, 14]; \mathbf{t} é a translação do centro de projeção da câmera em relação à origem dos espaços $\mathbf{O}_w = [0, 0, 0]^T$, representada em R_c ($t = -RC_w$).

Uma vez conhecidos os parâmetros intrínsecos e extrínsecos das câmeras e o par de *pixels* homólogos (m_{e_w}, m_{d_w}) , projeções do ponto \mathbf{M}_w nas imagens I_e e I_d , respectivamente, pode-se reconstruir o ponto \mathbf{M}_w por meio da equação (3).

$$\begin{aligned} M_w &= \lambda_1 (m_{e_w} - C_{e_w}) + C_{e_w} \\ M_w &= \lambda_2 (m_{d_w} - C_{d_w}) + C_{d_w} \end{aligned} \quad (3)$$

sendo λ_1 e λ_2 fatores de escala calculados por (4); \mathbf{m}_w é determinado por (5).

$$\begin{aligned} [\lambda_1 \quad \lambda_2] & \left(\begin{bmatrix} m_{e_w}^T \\ -m_{d_w}^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{e_w}^T \\ -C_{d_w}^T \end{bmatrix} \right) + \\ & + [1 \quad 1] \begin{bmatrix} C_{e_w}^T \\ -C_{d_w}^T \end{bmatrix} = 0^T \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} m_w &= R^T \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -u_0 \\ 0 & -1 & v_0 \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} \tilde{m}_i + C_w, \quad (5) \\ m_w &= R^T \hat{B} \hat{A} \tilde{m}_i + C_w \end{aligned}$$

em que $\mu = \eta^{-1}$; as coordenadas do ponto principal, u_0 e v_0 , e do ponto \mathbf{m}_i são medidas em unidades de *pixel*; e a distância focal f é medida em mm.

III. SIMULAÇÃO COM IMAGENS SINTÉTICAS

Simulou-se o comportamento do erro médio absoluto de reconstrução para um sistema de visão estereoscópica aplicado a metrologia (em que erro de reconstrução da ordem de décimo de mm é significativo), baseado no protótipo apresentado em [3], cujos parâmetros são: $f = 8$ mm; $\eta_{u,v} = 4,4 \cdot 10^{-3}$ mm; $\mathbf{c} = [319,5, 239,5]^T$; $\phi_e = 20^\circ$, $\phi_d = -20^\circ$, demais ângulos de rotação são nulos; $b = 284$ mm; $C_{e_w} = O_w$ e $C_{d_w} = [b \ 0 \ 0]^T$; e parâmetros de distorção da lente iguais a zero.

Gerou-se, sinteticamente, um objeto bidimensional do tipo tabuleiro de xadrez de dimensão 1 m x 1 m, com quadrados internos de 50 mm de aresta, centrado no ponto $M_{o_w} = [b/2 \ 0 \ Z_c]$, em que Z_c representa a distância em profundidade do objeto em relação às câmeras.

Capturou-se imagens do objeto por meio da projeção de cada ponto que o constitui de R_w para o plano de imagem da câmera (em R_i), considerando $Z_c = 1$ m. A projeção é regida pelas equações (1) e (2). O conjunto de imagens capturadas é representado na figura 1.

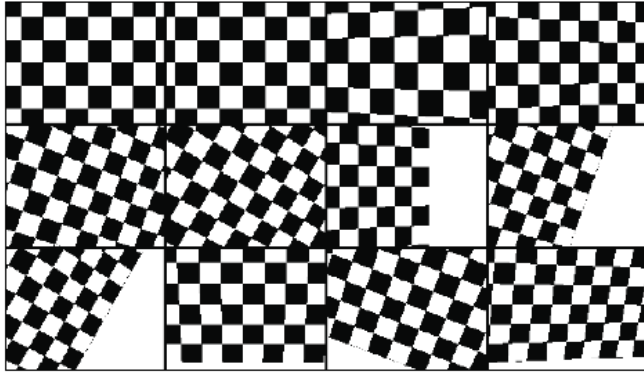


Fig. 1. Conjunto de 12 imagens ideais utilizadas para determinar os valores médios dos fatores de distorção para os parâmetros f , c , x e y .

Com o intuito de simular o erro de reconstrução devido à presença de erro residual de calibração, gerou-se o parâmetro distorcido \bar{p} ao adicionar um fator de distorção Δp específico a cada parâmetro p ideal, intrínseco e extrínseco, tal que $\bar{p} = p + \Delta p$. O estudo realizado é do tipo monovariável: alterou-se apenas um parâmetro por realização. A determinação da posição 3D distorcida do objeto se deu pela reconstrução por triangulação, equação (3).

Utilizou-se o *toolbox* de calibração de câmeras para MATLAB [1, 9, 16] para inferir sobre o valor de Δp dos parâmetros f , u_0 , v_0 , x e y , sendo (x,y) a posição do *pixel* na imagem. Foram usados 4 diferentes conjuntos de imagens, S_1 , S_2 , S_3 e S_4 , sendo eles formados por 3, 4, 5 e 12 imagens, respectivamente. O valor médio do fator de distorção obtido para cada parâmetro foi: $\Delta f \cong 0,052$ mm, $\Delta u_0 \cong 15,94$ *pixels*, $\Delta v_0 \cong 23,90$ *pixels*, $\Delta x \cong 0,193$ *pixel* e $\Delta y \cong 0,284$ *pixel*.

O estudo do efeito da variação dos parâmetros da câmera na reconstrução é feita nas seguintes unidades: c , x e y em *pixel*; b e f em mm; η em μm ; e θ , ϕ e ψ em graus.

A. Distância focal f

Simulou-se o erro absoluto de reconstrução devido à presença de erro residual de calibração sobre o parâmetro f , determinando a posição tridimensional do objeto em R_w para Δf pertencente ao intervalo $[-1/2, 1/2]$ mm. O resultado é ilustrado na figura 2.

Observa-se que $\text{erro}_z(\Delta f) \leq \text{erro}_z(-\Delta f)$, para $\Delta f > 0$. O erro residual de calibração estimado para o parâmetro f foi de, aproximadamente, 0,05 mm, o que implica em contribuição com o erro médio absoluto de profundidade em torno de 2,5 mm (0,25 % de Z_c).

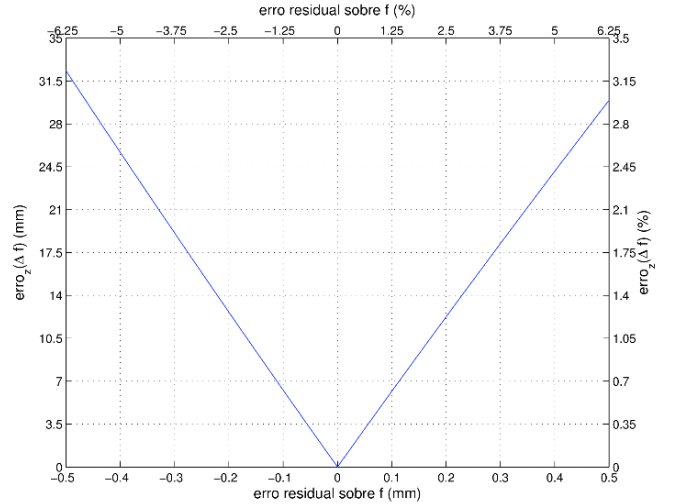


Fig. 2. Erro médio absoluto de reconstrução devido ao erro residual de calibração sobre o parâmetro f .

B. Ponto Principal $c(u_0, v_0)$

O ponto principal c corresponde à projeção do centro de projeção da câmera C_w no plano de imagem do sensor, representado em R_i . No estudo de caso aqui apresentado, ele coincide com o centro da imagem, no entanto, em imagens reais, esses dois pontos são não coincidentes, devido ao desalinhamento e a imperfeições do conjunto de lentes [17].

O erro médio absoluto de reconstrução devido ao erro residual de calibração dos parâmetros u_0 e v_0 é simétrico em relação ao eixo das ordenadas: $\text{erro}_z(\Delta u_0) = \text{erro}_z(-\Delta u_0)$ e $\text{erro}_z(\Delta v_0) = \text{erro}_z(-\Delta v_0)$. Pela figura 3, percebe-se que o erro na profundidade devido a distorção sobre v_0 ($\text{erro}_z(\Delta v_0)$) é pouco significativo para o processo de reconstrução quando comparado ao erro de profundidade em função de Δu_0 , sendo $\text{erro}_z(\Delta v_0 = 1,5)$ da ordem de 0,03 mm e $\text{erro}_z(\Delta u_0 = 1,5)$ aproximadamente 100 vezes maior.

Como o erro residual médio obtido para tais parâmetros foi aproximadamente igual a 16 *pixels* para u_0 e 24 *pixels* para v_0 , percebe-se que Δu_0 contribui significativamente com o erro de profundidade.

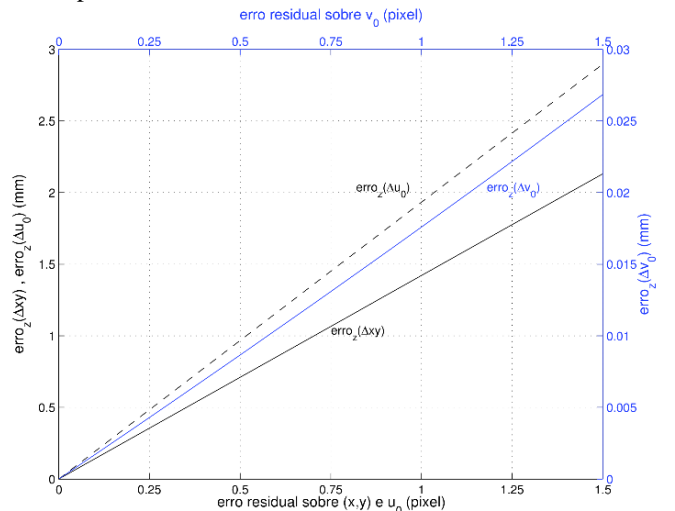


Fig. 3. Erro médio absoluto de reconstrução devido ao erro residual de calibração sobre os parâmetros (x, y) , u_0 e v_0 .

C. Posição do pixel (x,y)

O erro de offset na posição do pixel, coordenadas (x,y), simula o erro residual resultado da compensação da distorção da lente, em que se considerou apenas distorção na direção radial e homogênea sobre toda a imagem, isso por simplificação, tratabilidade e pelo fato de a distorção radial prevalecer sobre as demais [19].

O erro médio absoluto, $erro_z(\Delta xy)$, comportou-se como uma função par, sendo representado na figura 3 apenas para $\Delta xy \geq 0$. O erro residual sobre (x,y), inerente ao processo de calibração, foi da ordem de 0,35 pixel, correspondendo a $erro_z(\Delta xy) \cong 0,5$ mm. Kim *et al.* [7] divulgam o resultado de algumas simulações, obtendo $\Delta xy \cong 1/2$, equivalendo, pela figura 3, a $erro_z(\Delta xy) \cong 0,7$ mm.

D. Dimensão do pixel η_u e η_v

Pela figura 4, nota-se que a distorção sobre η_v tem pouca influência sobre a determinação da profundidade e que o erro de reconstrução devido a erro residual de calibração sobre η_v não se comporta como uma função par, sendo $erro_z(-\Delta\eta_v) > erro_z(\Delta\eta_v)$, para $\Delta\eta_v > 0$, enquanto que $erro_z(\Delta\eta_u) = erro_z(-\Delta\eta_u)$ e o fator de distorção $\Delta\eta_u$ aplicado sobre o parâmetro ideal η_u é relevante na determinação do erro de profundidade. Caso o sistema de calibração retorne um erro de 1% na estimação da dimensão do pixel, ($\Delta\eta_{u,v} = 0,044 \mu\text{m}$), trabalhar-se-á com erro de offset na reconstrução igual a: $erro_z(\Delta\eta_u) \cong 0,02$ mm, $erro_z(-\Delta\eta_v) \cong 0,034$ mm e $erro_z(\Delta\eta_u) \cong 5,1$ mm, sendo o efeito de $\Delta\eta_u$ sobre o erro de reconstrução 150 vezes mais intenso que o de $\Delta\eta_v$.

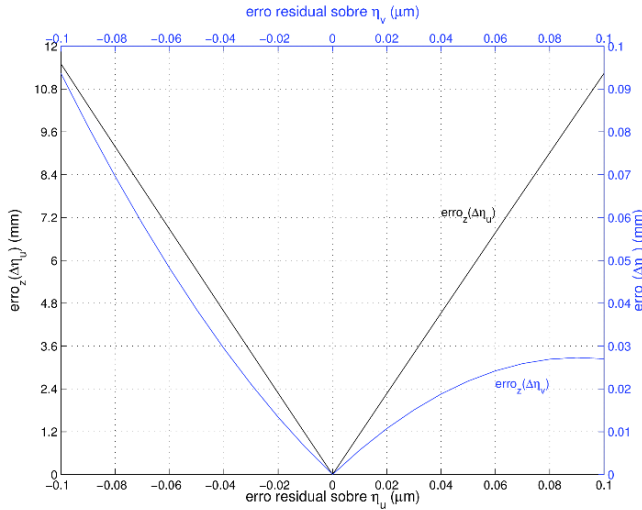


Fig. 4. Erro médio absoluto de reconstrução devido ao erro residual de calibração sobre os parâmetros η_u e η_v .

E. Posição do centro de projeção das câmeras

A distância entre os centros de projeção das câmeras, C_c e C_d , definem a linha de base, tal que $b = \|C_d - C_c\|_2$. Sendo assim, erros na determinação de C_c ou C_d causam distorção na estimação da linha de base b . A figura 5 ilustra a relação do erro médio absoluto de reconstrução com o fator de distorção em C_x , C_y e C_z , separadamente, em que $C_w = [C_x \ C_y \ C_z]^T$.

Observa-se que a distorção sobre C_x causa maior impacto sobre o erro de profundidade, enquanto que sobre C_y , menor impacto. Caso o erro de calibração do centro de projeção de

uma das câmeras seja igual a 1%, $\Delta C_{x,y,z} = 2,84$ mm, ter-se-á $erro_z(\Delta C_x) \cong 10$ mm, caso a distorção for sobre C_x ; $erro_z(\Delta C_z) \cong 1,4$ mm, caso a distorção for sobre C_z ; e $erro_z(\Delta C_y) \cong 0,088$ mm, caso a distorção for sobre C_y .

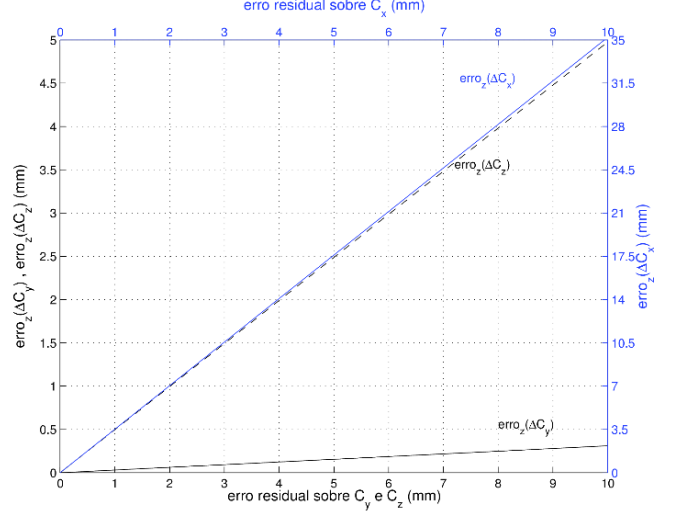


Fig. 5. Erro médio absoluto de reconstrução devido ao erro residual de calibração sobre o parâmetro C_w .

F. Ângulos de rotação ψ , ϕ e θ

O comportamento do erro médio absoluto de reconstrução em função do erro residual de calibração dos ângulos ψ , ϕ e θ , rotação em torno dos eixos x, y e z de R_w , respectivamente, é apresentado no gráfico da figura 6. O erro de profundidade em relação ao fator de distorção aplicado ao parâmetro ϕ é assimétrico em relação ao eixo $\Delta\phi = 0$, sendo $erro_z(\Delta\phi) > erro_z(-\Delta\phi)$, para $\Delta\phi > 0$; o erro é simétrico para os demais ângulos de rotação.

A presença de distorção em cada um desses parâmetros é impactante no processo de determinação da profundidade, sendo $\Delta\phi$ o de maior influência sobre o erro de reconstrução, e $\Delta\psi$, o de menor no intervalo $[0^\circ, 1^\circ]$, sendo de influência mais relevante que a de $\Delta\theta$ para valores acima de 1° . Ao aplicar um fator de distorção da ordem de $0,2^\circ$, correspondente a 1% da inclinação das câmeras em relação ao eixo y, observa-se $erro_z(\Delta\phi) \cong 20$ mm, $erro_z(\theta) \cong 0,8$ mm e $erro_z(\Delta\psi) \cong 0,38$ mm.

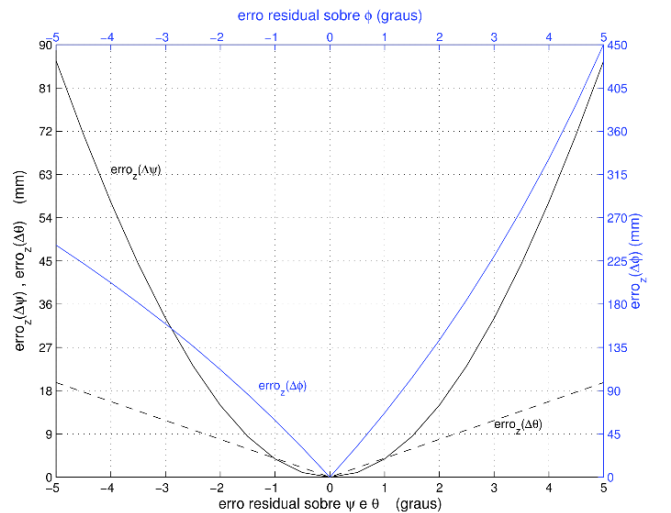


Fig. 6. Erro médio absoluto de reconstrução devido ao erro residual de calibração sobre os parâmetros ψ , ϕ e θ .

IV. CONCLUSÕES

Neste artigo, realizou-se um estudo dos efeitos do erro residual de calibração sobre o erro médio absoluto de reconstrução em sistemas de visão estereoscópica aplicado a metrologia. Considerou-se o conjunto de parâmetros característicos, intrínsecos e extrínsecos, do modelo de câmera *pinhole*, sendo eles: distância focal f , linha de base b (por meio da posição do centro de projeção das câmeras C_{e_w} e C_{d_w}), ângulos ψ , ϕ e θ (rotação da câmera em torno dos eixos x , y e z de R_w , respectivamente), posição do *pixel* (x,y) , ponto principal \mathbf{c} e dimensão do *pixel* nas direções u e v do eixo do sensor, (η_u, η_v) . Observou-se que o erro de reconstrução é mais sensível a distorções sobre os parâmetros f , u_0 , (x,y) , η_u , C_x , C_z , ψ , ϕ e θ .

Em trabalhos futuros, deseja-se determinar o fator de distorção médio para os parâmetros b , ψ , ϕ e θ , assim como foi determinado para (x,y) , f e \mathbf{c} , e realizar o estudo multivariável da influência do erro de calibração sobre o erro de reconstrução.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. Y. Bouguet, “Camera calibration toolbox for Matlab”, acessado em 25 de abril de 2012, em: http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/.
- [2] G. Bradski, A. Kaehler, *Learning OpenCV: Computer Vision with the OpenCV Library*, O’Reilly, 1ª Edição, 2008.
- [3] T. Pinto, C. Kohler, A. Albertazzi, “Regular Mesh Measurement of Large Free Form Surfaces using Stereo Vision and Fringe Projection”, *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 50, pp. 910 – 916, July 2012, “no Prelo”.
- [4] A. Guo, J. Xiong, “Error Analysis on Camera Calibration in Binocular Stereo Vision”, in *Proc. of ICIECS*, pp. 1 – 4, December 2009.
- [5] R. Hartley, A. Zisserman, *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge University Press, 2ª Edição, 2003.
- [6] G. E. Healey, R. Kondepudy, “Radiometric CCD Camera Calibration and Noise Estimation”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 16, pp. 267 – 276, March 1994.
- [7] W. Kim, A. Ansar, R. Steele, R. Steinke, “Performance Analysis and Calibration of a Stereo Vision System”, *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 2005.
- [8] Kodak, *CCD Image Sensor Noise Sources*, Application Note, Revision 2.1, 2005.
- [9] D. F. Llorca, M. Á. Sotelo, I. Parra, M. Ocaña, L. M. Bergasa, “Error Analysis in a Stereo Vision-Based Pedestrian Detection Sensor for Collision Avoidance Applications”, *Sensors*, vol. 10 (4), pp. 3741 – 3758, April 2010.
- [10] C. D. Meyer, *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*, SIAM, 2000.
- [11] F. A. Moreno, J. L. Blanco, J. Gonzalez, “A Probabilistic Observation Model for Stereo Vision System: Application to Particle Filter-Based Mapping and Localization”, in *Proc. of IbPRIA*, 2007.
- [12] H. Pedrini, W. R. Schwartz, *Análise de Imagens Digitais: Princípios, Algoritmos e Aplicações*, Thomson Learning, 2008.
- [13] M. Perrolaz, A. Spalanzani, D. Aubert, “Probabilistic Representation of the Uncertainty of Stereo-Vision and Application to Obstacle Detection”, *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, University of California, June 2010.
- [14] E. Trucco, A. Verri, *Introductory Techniques for 3-D Computer Vision*, Prentice Hall, 1998.
- [15] Y. Tsin, V. Ramesh, T. Kanade, “Statistical Calibration of CCD Imaging Process”, IEEE Internal Conference on Computer Vision, 2001.
- [16] J. Wang, F. Shi, J. Zhang, Y. Liu, “A New Calibration Model of Camera Lens Distortion”, *Pattern Recognition Journal*, vol. 41 (2), pp. 607 – 615, February 2008.
- [17] R. G. Willson, S. A. Shaer, “What is the Center of the Image?”, *Optical Society of America Journal*, vol. 11 (11), pp. 2946 – 2955, November 1994.
- [18] D. Xu, Y. F. Li, M. Tan, ‘Method for Calibrating Cameras with Large Lens Distortion’, *Optical Engineering*, vol. 45, April 2006.
- [19] Z. Zhang, “A Flexible New Technique for Camera Calibration”, Technical Report MSR-TR-98-71, Microsoft Research, December 1998.