



ABORDAGEM SIMPLIFICADA PARA DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE DE GERAÇÃO FOTOVOLTAICA

Igor Utzig Picco*¹, Odilon Luís Tortelli¹

¹UFPR – Universidade Federal do Paraná

Resumo - Este trabalho propõe uma abordagem para se obter a função densidade de probabilidade da geração fotovoltaica de maneira simples e direta, visando facilitar a realização de estudos probabilísticos do sistema elétrico. O estudo parte da função densidade de probabilidade da radiação solar que chega na superfície terrestre e, através de simplificações, estende a distribuição para a potência elétrica produzida por um painel fotovoltaico. O método proposto utiliza somente a radiação média, radiação máxima e potência nominal do conjunto gerador como parâmetros de entrada. Duas simulações são apresentadas a fim de demonstrar como a curva de probabilidades se adapta a diferentes horizontes temporais facilmente. Em função de sua simplicidade e versatilidade, a presente proposta se mostra como uma alternativa atraente para estudos elétricos preliminares que envolvam exaustivas avaliações, diferentes localidades e períodos de tempo.

Palavras-Chave – sistemas de energia elétrica, geração fotovoltaica, análise probabilística.

A SIMPLIFIED APPROACH TO DETERMINE THE PROBABILITY DENSITY FUNCTION OF PHOTOVOLTAIC GENERATION

Abstract – This work proposes a simplified approach to determine the probability density function of photovoltaic generation in a simple and direct way, aiming to facilitate probabilistic analysis of the power system. The study starts with probability density function of the solar radiation that reaches the Earth's surface and simplifies this formulation to extend it to the electric power produced by solar panels. The proposed method takes as input parameters only the average and maximum solar radiation as well as the nominal power of the photovoltaic system. Two simulations are presented showing how the method easily adapts to different time horizons. Due to its simplicity and versatility, the present proposal is an attractive alternative for preliminary electrical studies involving exhaustive assessments, different locations and time periods.

Keywords – power systems, photovoltaic generation, probabilistic analysis.

*picco.igor@gmail.com

NOMENCLATURA

f_{dp}	Função densidade de probabilidade
k_t	Índice de “céu limpo”
I_t	Radiação solar na superfície analisada [W/m ²]
I_o	Radiação solar extraterrestre [W/m ²]
Γ	Parâmetro numérico utilizado no cálculo da função de densidade do índice k_t
λ	Parâmetro numérico utilizado no cálculo da função de densidade do índice k_t
C	Parâmetro numérico utilizado no cálculo da função de densidade do índice k_t
\dot{k}_t	Valor médio do índice k_t na localidade analisada
ktu	Valor máximo do índice k_t na localidade analisada
P_{pv}	Potência produzida pelo conjunto fotovoltaico analisado [kW]
P_{nom}	Potência nominal do conjunto fotovoltaico analisado [kW]
ρ	Índice de produtividade aproximado do conjunto fotovoltaico analisado
$I_{média}$	Radiação solar média da localidade analisada no intervalo temporal considerado [W/m ²]
I_{max}	Radiação solar máxima da localidade analisada no intervalo temporal considerado [W/m ²]

I. INTRODUÇÃO

Com o aumento da participação de geração de energia elétrica proveniente de fontes renováveis, como a solar e eólica, há um aumento também na incerteza da quantidade de potência gerada, devido ao comportamento intermitente dessas fontes. Assim, a maior produção de energia solar e eólica, apesar dos benefícios ambientais e econômicos, implica também em uma maior complexidade na operação do sistema elétrico. Tendo isso em vista, é útil inserir essa variabilidade da geração na formulação dos métodos de análise de sistemas de potência para obter informações que sirvam para aperfeiçoar o planejamento e a operação do sistema elétrico, permitindo aprimorar a avaliação de

indicadores fundamentais, como capacidade da rede elétrica, níveis de tensão e de perdas [1]-[6].

Um modo de avaliar a presença de incertezas é através de métodos probabilísticos aplicados ao estudo do sistema elétrico. Nesse sentido, ao invés de contar com informações de entrada determinísticas, como na abordagem convencional, os estudos probabilísticos requerem entradas de dados na forma de Funções Distribuição de Probabilidade, no caso de estudos contínuos, Funções Densidade de Probabilidade (*fdp*), representando seu comportamento variável na formulação do problema. Sendo assim a saída também é obtida na forma de *fdp* [1], [5]-[7].

Um dos fatores que determinam a qualidade do resultado obtido em estudos probabilísticos é a entrada utilizada, ou seja, a fidelidade da *fdp* utilizada para representar a variável aleatória como no caso de estudos envolvendo fontes de energia intermitente. Os modelos de maior precisão apresentam elevada complexidade em sua formulação e na obtenção de seus parâmetros a partir do emprego de extensos bancos de dados. No entanto, caso um operador de sistema queira realizar estudos para diferentes localizações e/ou horizontes temporais, pode ser mais conveniente dispor de um modelo de mais fácil obtenção, evitando a necessidade de ter que contar com bancos de dados específicos para cada estudo a ser realizado.

Sendo assim, este artigo trata do desenvolvimento de um modelo simplificado para representação da *fdp* de fontes de geração fotovoltaica a partir de três parâmetros de fácil obtenção: radiação solar média, radiação solar máxima e potência nominal do conjunto fotovoltaico. Nesse sentido, é feita uma breve revisão sobre os métodos de representação de geração fotovoltaica de maneira probabilística e, em seguida, apresenta-se a proposta de representação.

O modelo desenvolvido apresenta grande simplicidade e somente três parâmetros. Diferentemente de muitos métodos utilizados ele não tem limitação espacial e nem temporal, o que o torna versátil. Apesar dessas vantagens ele apresenta baixa precisão por ter diversas simplificações e suposições em sua formulação.

II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A habilidade de prever a produção de energia gerada por um gerador fotovoltaico com um bom nível de precisão é de grande importância e foi identificado como um dos principais desafios na integração de geradores fotovoltaicos no sistema elétrico. Essa previsão é fundamental para a operação da rede, pois a diferença entre a energia prevista e a energia efetivamente gerada tem que ser suprida pelo restante das fontes de energia do sistema. Devido a isso, certas unidades do sistema operam como reserva. Uma previsão precisa pode diminuir a quantidade de unidades que precisam operar como reserva, trazendo uma redução no custo operacional, refletindo também em vantagens para o consumidor. Essa precisão na previsão de produção acaba sendo vantajosa também para as plantas fotovoltaicas, pois possibilita uma redução nas penalidades que ocorrem com as flutuações de produção [8], [9].

Normalmente encontram-se duas abordagens para essa previsão: uma baseada na previsão da radiação solar e outra baseando-se na potência gerada pela planta fotovoltaica. A

previsão da radiação solar pode ser utilizada para construir um modelo físico que fornece a potência de saída de painéis fotovoltaicos, além de fornecer informações climáticas ou geográficas extras que podem ser também utilizadas em outros tipos de estudos além dos estudos envolvendo o sistema elétrico. A previsão da potência gerada pela planta fotovoltaica já fornece diretamente os dados necessários para executar simulações e análises elétricas e energéticas [8],[10].

Outra categorização importante sobre a previsão é que ela pode ocorrer de maneira probabilística ou determinística. A previsão determinística busca encontrar um valor único para representar a produção de energia fotovoltaica em um determinado período. Esse tipo de previsão ignora informações adicionais como os limites superiores e inferiores de produção e as porcentagens de confiança. A previsão probabilística, por sua vez, visa informar *fdp* da produção de energia, trazendo um conjunto de informações extras que são de grande utilidade para aplicações que tratam incertezas e riscos, como o balanço de produção e demanda no mercado energético. Alguns dos benefícios que as previsões probabilísticas trazem são uma melhor alocação das reservas energéticas para compensar as incertezas do sistema e melhorar a receita no mercado a médio prazo comparado com previsões determinísticas. Um outro ponto importante das previsões probabilísticas é que elas também podem fornecer o valor determinístico através do cálculo do valor esperado da *fdp*. Sendo assim, além de fornecer informações extras, ela pode também servir como previsão determinística com o tratamento adequado, ou seja, uma previsão probabilística pode servir para um número maior de aplicações do que a previsão determinística [8], [10].

Apesar de apresentar as vantagens citadas, a previsão probabilística tem um histórico menor de pesquisa e utilização. Isso é devido ao fato de que a maioria dos trabalhos que utilizam previsões probabilísticas trabalham com métricas determinísticas para medir o desempenho da previsão. Sendo assim, ao utilizar métricas determinísticas, as previsões probabilísticas apresentam performances inferiores à determinística. Essa interpretação equivocada pode ser evitada através da utilização de métricas corretas para avaliação probabilística [10], [11].

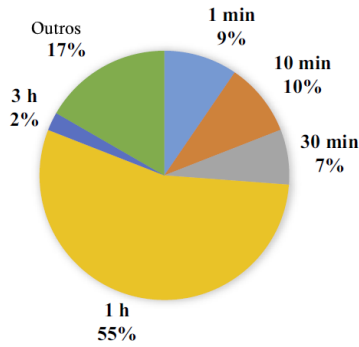
Vale a pena ressaltar que, apesar das previsões probabilísticas de carga e geração eólica já estarem relativamente bem consolidadas, as previsões probabilísticas associadas à geração fotovoltaica ainda apresentam um baixo grau de amadurecimento. Podemos atribuir isso ao fato de que a geração fotovoltaica teve baixo nível de participação na matriz energética durante muito tempo e devido à dificuldade extra trazido pela variância da geração fotovoltaica, já que mudanças físicas e geográficas afetam de maneira muito maior o comportamento da produção fotovoltaica em comparação com a variação observada no comportamento da carga [8]-[10].

Dentre as maneiras de realizar a previsão probabilística da geração fotovoltaica existem diferentes representações, principalmente referente à resolução temporal e à resolução espacial. A previsão probabilística pode visar obter a *fdp* da produção fotovoltaica de diferentes intervalos de predição, como por exemplo, prever a produção em uma determinada hora, dia ou mês. Assim como existem diferenças nas

resoluções temporais, existem também na resolução espacial. A Figura 1 ilustra as diferentes resoluções temporais obtidas em trabalhos que abordam previsões probabilísticas de geração solar através de um levantamento do estado da arte [10].

Figura 1 – Diferentes resoluções temporais identificadas na previsão probabilística de produção fotovoltaica. (adaptado de [10]).

Previsão probabilística de geração solar



Neste trabalho propõe-se uma metodologia para determinação de função densidade de probabilidade que possa ser aplicada para qualquer horizonte de tempo. Assim, como a metodologia apresentada não tem limitação temporal, presta-se à obtenção de qualquer *fdp* de geração fotovoltaica.

Muitos dos trabalhos que tratam de previsão utilizam como base um grande banco de dados de geração ou climáticos. A partir dessas informações são normalmente utilizadas duas abordagens: abordagem paramétrica ou abordagem não paramétrica. A abordagem paramétrica tem como objetivo adequar os dados a uma *fdp* de uma família conhecida. A abordagem não paramétrica utiliza diferentes métodos, como métodos regressivos ou métodos de inteligência artificial, para obter a *fdp*. Os primeiros trabalhos que tratavam da previsão probabilística de geradores fotovoltaicos abordaram o método paramétrico, utilizando normalmente duas distribuições sobrepostas para representar a previsão de produção. Entretanto, foi observado que essa suposição acaba sendo muito especulativa e longe da realidade. Sendo assim, a grande maioria dos trabalhos modernos considera métodos não paramétricos para prever a produção de energia fotovoltaica [8],[12], [13].

A previsão da energia gerada utilizando de extensos bancos de dados acaba sendo limitante pois nem sempre é possível obter muitos dados referente a simulação que se visa realizar. Caso um operador de um sistema elétrico queira realizar diferentes simulações para, por exemplo, uma rede elétrica de uma determinada localização, seria necessário um grande esforço para a obtenção desses dados, possivelmente dificultando a realização do estudo visado. Buscando permitir que tal estudo probabilístico possa ser realizado sem necessitar de um extenso banco de dados, existem trabalhos que formulam equações que fornecem de maneira mais direta a *fdp* da produção fotovoltaica, com base em características dos painéis e parâmetros geográficos de sua localização[14], [15], [16]. Sendo assim, torna-se possível estimar a potência gerada por qualquer conjunto fotovoltaico em qualquer localidade somente a partir de informações como potência máxima do

arranjo e informações de insolação da localidade da instalação.

A potência gerada por um gerador fotovoltaico é afetada por diversos fatores climáticos, como temperatura, vento e radiação. Como a radiação solar tem alta correlação com a potência produzida e é o fator com maior variância dentre os que impactam o desempenho da geração fotovoltaica, acaba tendo uma relevância maior na previsão probabilística. A fim de simplificar os cálculos e focar de maneira mais intensa na radiação solar, a maioria dos trabalhos considera fatores como temperatura e vento como fatores determinísticos ou como fatores probabilísticos com distribuição normal [10],[12].

A modelagem proposta nesse trabalho considera que a única variável probabilística é a radiação solar. Isso irá fornecer uma precisão adequada ao nosso objetivo com uma simplificação significativa nos cálculos.

Em [17], um dos principais trabalhos referenciados quando se trata de modelar a radiação solar, os autores apresentam uma formulação genérica que permite modelar a *fdp* do índice k_t , conhecido como *índice de céu limpo*, e que representa a relação entre a radiação solar que chega na superfície terrestre e a radiação solar que chega na atmosfera terrestre. A modelagem proposta nesse trabalho parte da formulação apresentada em [17], incorporando simplificações, que visam proporcionar uma equação dependente de poucos parâmetros e efetiva para diferentes locais e horizontes de tempo.

III. MODELO PROPOSTO

O trabalho de [17] modela a *fdp* do índice k_t , que relaciona a radiação solar que chega na superfície terrestre em relação à radiação solar extraterrestre é descrito por:

$$k_t = \frac{I_t}{I_o} \quad (1)$$

A *fdp* do índice k_t depende somente de seu valor máximo k_{tu} e médio \bar{k}_t . A partir dos valores de k_{tu} e \bar{k}_t calcula-se os parâmetros Γ , λ e C utilizando as equações (2), (3) e (4) respectivamente e em seguida obtém-se a seguinte *fdp* representada em (5) [17].

$$\Gamma = \frac{k_{tu}}{k_{tu} - \bar{k}_t} \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{(2\Gamma - 17,519e^{(-1,3118\Gamma)} - 1062e^{(-5,0426\Gamma)})}{ktu} \quad (3)$$

$$C = \frac{\lambda^2 k_{tu}}{e^{\lambda k_{tu}} - 1 - \lambda k_{tu}} \quad (4)$$

$$fdp(k_t) = C \frac{k_{tu} - k_t}{k_{tu}} e^{\lambda k_t} \text{ para } kt [0, k_{tu}] \quad (5)$$

Para que seja possível obter a *fdp* da potência produzida, é preciso relacioná-la ao índice k_t . Para isso utiliza-se a seguinte relação:

$$I_t = I_o \cdot k_t \quad (6)$$

Como os valores nominais de geração de um painel fotovoltaico são dados para uma radiação de 1000 W/m², aplica-se o seguinte coeficiente:

$$P_{pv} = P_{nom} \cdot \rho \quad (7)$$

$$\rho = \frac{I_t}{1000} \quad (8)$$

O coeficiente ρ representa a proporção de potência que está sendo produzida pelo painel fotovoltaico em relação a sua potência nominal.

Para fins de simplificação adota-se como constante o valor de $I_o = 1367 \text{ W/m}^2$ [18], [19]. Com esse valor obtém-se:

$$\rho = 1,367 k_t \quad (9)$$

Realizando o tratamento probabilístico [20] obtém-se a seguinte fdp como função de ρ :

$$fdp(\rho) = \frac{1}{1,367} C \frac{k_{tu} - \rho/1,367}{k_{tu}} e^{\lambda \frac{\rho}{1,367}} \quad (10)$$

Considerando que a potência produzida segue a relação apresentada em (7), pode-se obter a fdp da potência produzida como função da fdp de ρ e do valor da potência nominal do sistema fotovoltaico analisado [20], como apresentado em (11).

$$fdp(P_{pv}) = \frac{1}{1,367 P_{nom}} C \frac{k_{tu} - \frac{P_{pv}}{1,367 P_{nom}}}{k_{tu}} e^{\lambda \frac{P_{pv}}{1,367 P_{nom}}} \quad (11)$$

Para facilitar a obtenção da fdp coloca-se os valores dos parâmetros k_{tu} e k_t em função da radiação solar média e máxima, que são os valores mais facilmente encontrados em bancos de dados climatológicos.

$$k_t = \frac{I_{média}}{1367} \quad (12)$$

$$k_{tu} = \frac{I_{máx}}{1367} \quad (13)$$

Sendo assim, a expressão da fdp da potência produzida pelo conjunto fotovoltaico, como apresentado em (11), passa a depender somente da radiação máxima, radiação média e potência nominal do sistema fotovoltaico. Como esses três parâmetros são de simples obtenção, a determinação da curva de densidade de probabilidade fica muito simplificada, tornando-a aplicável a qualquer localização geográfica e horizonte temporal.

Os passos a seguir resumem o processo proposto para a obtenção da fdp da geração fotovoltaica proposta:

1. Obter a radiação média e máxima da localidade no período de tempo em análise através de bancos de dados meteorológicos;
2. Calcular k_t e k_{tu} através de (12) e (13);
3. Calcular Γ , λ e C através de (2), (3) e (4);
4. Obter a potência nominal do sistema fotovoltaico;

5. Obter a fdp da potência fotovoltaica do painel através de (11);

IV. RESULTADOS OBTIDOS COM A FORMULAÇÃO PROPOSTA PARA UM ESTUDO DE CASO

A partir de informações obtidas de postos de observação do INMET (Instituto Nacional de Meteorologia) busca-se determinar, com base na formulação proposta, diferentes curvas para fdp da potência gerada por um painel fotovoltaico localizado na cidade de Foz do Iguaçu, no extremo oeste do estado do Paraná. Foram utilizados dados referentes ao dia 17/01/2018.

A partir desses dados, são verificados os seguintes valores de radiação solar média e máxima no período compreendido entre as 7:00h e 19:00h: $I_{média} = 594 \text{ W/m}^2$; $I_{máx} = 1012 \text{ W/m}^2$. Já quando considerado o período entre 12:00h e 13:00h, observam-se valores de radiação média e máxima de 899 W/m² e 1012 W/m², respectivamente.

Aplicando a formulação proposta a um conjunto fotovoltaico de potência nominal de 1 KW obtém-se as curvas de distribuições de probabilidade para a potência fotovoltaica produzida durante os períodos de tempo analisado ilustradas nas Figuras 2 e 3.

Figura 2 – fdp da geração fotovoltaica no período 07:00-19:00.

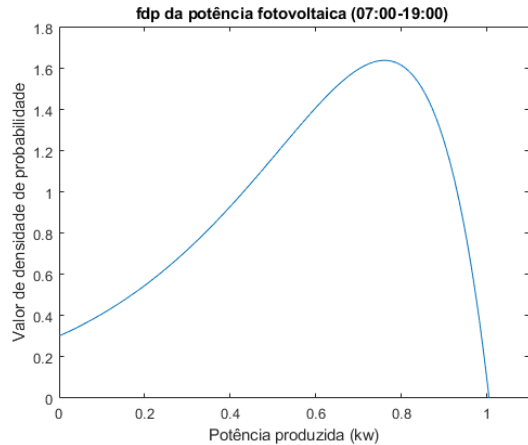
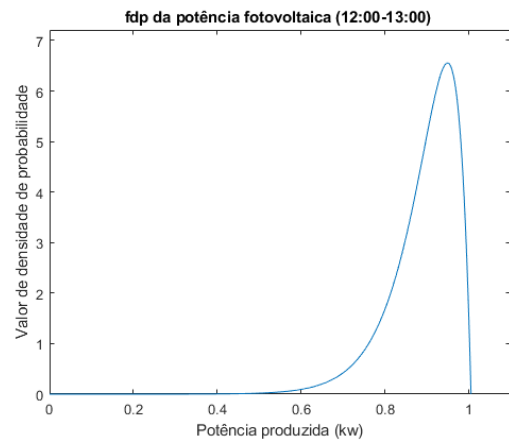


Figura 3 – fdp da geração fotovoltaica no período 12:00-13:00.



Comparando as distribuições de probabilidade apresentadas nas Figuras 2 e 3 pode-se observar a diferença do comportamento da produção de energia fotovoltaica entre os dois períodos analisados. Na Figura 2 observa-se, embora os valores que se encontram na faixa de 0.6 a 0.8 apresentam maior probabilidade de ocorrência, há probabilidades de ocorrência relevantes para todos os valores apresentados no eixo vertical. Já na Figura 3, onde analisa-se somente o período entre 12:00 e 13:00, é observado que somente há probabilidades de ocorrência relevantes na faixa de valores entre 0.6 e 1 kW. Os valores abaixo de 0.6 kW apresentam probabilidades de ocorrência baixas o suficiente para serem considerados como não ocorrentes.

Isso ilustra de maneira coerente o comportamento da radiação solar nos períodos analisados. Como a Figura 2 se refere ao período do dia solar completo (07:00 as 19:00) faz sentido observarem-se valores relevantes de potência produzida em todo o período. Por outro lado, no comportamento indicado na Figura 3, por se referir a um período horário de maior insolação, são observados somente valores altos de produção fotovoltaica.

Tal análise demonstra que a *fdp* proposta apresenta o comportamento esperado para a situação analisada.

O formato das curvas contidas nas Figuras 2 e 3 seguem os padrões apresentados em [14] e [17], mostrando que há congruência entre as curvas obtidas e as curvas apresentadas na literatura. Pequenas diferenças ocorrem devido à adaptações matemáticas que transformam o comportamento da radiação solar em saída de potência nos painéis fotovoltaicos e também devido à simplificações na formulação.

V. CONCLUSÕES

O presente trabalho trata da proposição de uma formulação simplificada para a obtenção da função densidade de probabilidade de geradores fotovoltaicos aplicável a estudos de planejamento e operação de sistemas elétricos de potência e que é adaptável a qualquer horizonte temporal ou espacial.

O método proposto parte da modelagem da *fdp* da radiação solar e, por meio de simplificações e reduções matemáticas estende-a diretamente para a determinação da *fdp* da potência elétrica produzida, fornecendo diretamente os dados necessários para executar simulações e análises elétricas e energéticas.

Por sua simplicidade e versatilidade em fornecer a potência elétrica de maneira mais direta, a formulação apresentada agiliza estudos e simulações, servindo como um bom ponto de partida para mensurar impactos provocados por fontes fotovoltaicas no sistema de potência. Nesse sentido, mostra-se como uma alternativa atraente para operadores que necessitam realizar uma grande quantidade de avaliações para diferentes localidades e períodos de tempo distintos.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- [1] P. Chen, Z. Chen and B. Bak-Jensen, "Probabilistic load flow: A review," *2008 Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*, Nanjing, 2008, pp. 1586-1591.
- [2] J. Reinders, N. G. Paterakis, J. Morren and J. G. Slootweg, "A Linearized Probabilistic Load Flow Method to deal with Uncertainties in Transmission Networks," *2018 IEEE International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*, Boise, ID, 2018, pp. 1-6.
- [3] J. Reinders, J. Morren and H. Slootweg, "Comparing probabilistic load flow methods in dealing with uncertainties at TSO/DSO interface," *2017 52nd International Universities Power Engineering Conference (UPEC)*, Heraklion, 2017, pp. 1-5.
- [4] F. J. Ruiz-Rodriguez, J. C. Hernandez and F. Jurado, "Probabilistic load flow for radial distribution networks with photovoltaic generators," in *IET Renewable Power Generation*, vol. 6, no. 2, pp. 110-121, March 2012.
- [5] Shujun Yao, Yan Wang, Minxiao Hang and Xiaona Liu, "Research on probabilistic power flow of the distribution system with Photovoltaic System Generation," *2010 International Conference on Power System Technology*, Hangzhou, 2010, pp. 1-6.
- [6] W. El-Khattam, Y. G. Hegazy and M. M. A. Salama, "Stochastic power flow analysis of electrical distributed generation systems," *2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting (IEEE Cat. No.03CH37491)*, Toronto, Ont., 2003, pp. 1141-1144 Vol. 2.
- [7] B. Borkowska, "Probabilistic Load Flow," in *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-93, no. 3, pp. 752-759, May 1974.
- [8] ANTONANZAS, Javier et al. Review of photovoltaic power forecasting. *Solar Energy*, v. 136, p. 78-111, 2016.
- [9] RAZA, Muhammad Qamar; NADARAJAH, Mithulananthan; EKANAYAKE, Chandima. On recent advances in PV output power forecast. *Solar Energy*, v. 136, p. 125-144, 2016.
- [10] VAN DER MEER, Dennis W.; WIDÉN, Joakim; MUNKHAMMAR, Joakim. Review on probabilistic forecasting of photovoltaic power production and electricity consumption. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 81, p. 1484-1512, 2018.
- [11] HONG, Tao et al. Energy forecasting: Past, present, and future. *Foresight: The International Journal of Applied Forecasting*, n. 32, p. 43-48, 2014.
- [12] KHALLAT, M. A.; RAHMAN, Saifur. A probabilistic approach to photovoltaic generator performance prediction. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, n. 3, p. 34-40, 1986.
- [13] LIU, Luyao et al. Prediction of short-term PV power output and uncertainty analysis. *Applied energy*, v. 228, p. 700-711, 2018.
- [14] CONTI, Stefania; RAITI, Salvatore. Probabilistic load flow using Monte Carlo techniques for distribution networks with photovoltaic generators. *Solar Energy*, v. 81, n. 12, p. 1473-1481, 2007.
- [15] TINA, G.; GAGLIANO, S.; RAITI, S. Hybrid solar/wind power system probabilistic modelling for long-term

- performance assessment. *Solar energy*, v. 80, n. 5, p. 578-588, 2006.
- [16] RUIZ-RODRIGUEZ, F. J.; HERNÁNDEZ, J. C.; JURADO, F. Probabilistic load flow for photovoltaic distributed generation using the Cornish–Fisher expansion. *Electric Power Systems Research*, v. 89, p. 129-138, 2012.
- [17] HOLLANDS, K. Gw T.; HUGET, R. G. A probability density function for the clearness index, with applications. *Solar Energy*, v. 30, n. 3, p. 195-209, 1983.
- [18] ARAS, Haydar; BALLI, Ozgur; HEPBASLI, Arif. Global solar radiation potential, part 1: model development. *Energy Sources*, v. 1, n. 3, p. 303-315, 2006.
- [19] AKARSLAN, Emre; HOCAOGLU, Fatih Onur; EDIZKAN, Rifat. Novel short term solar irradiance forecasting models. *Renewable Energy*, v. 123, p. 58-66, 2018.
- [20] Papoulis, A., 1982. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New York.