



PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA E ALGORITMO DE DIJKSTRA APLICADOS NA ALOCAÇÃO DE PMUS E PDCS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Lucas Luiz Lunarti^{*1}, Victor Lunarti Valadão², Lucas Douglas Ribeiro¹ e Maury Meirelles Gouvêa Júnior¹

¹PUC Minas - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

²IFG - Instituto Federal de Goiás

Resumo - O Sistema Elétrico de Potência (SEP) está se tornando cada vez mais complexo e interligado, isso está relacionado a diversos fatores, como inserção de fontes renováveis de energia, aumento da demanda e desenvolvimento de novas tecnologia por exemplo. Dessa forma, um monitoramento, do SEP, mais eficaz e mais preciso é necessário. A PMU é um dos principais equipamentos da atualidade capaz de tornar o monitoramento do SEP mais preciso e eficiente. Isso se dá pela sua taxa de amostragem superior das grandezas elétricas do SEP em relação aos medidores atuais e também na realização das medidas em formas fasoriais. O problema das PMUs está relacionado ao seu alto custo e a consideração da rede de comunicação entre a PMU e o PDC, desta forma, esse trabalho apresenta uma forma de alocação de PMUs e PDCs, com o objetivo de minimizar o custo de um sistema com PMUs e garantir um sistema totalmente monitorado. Para alcançar esse objetivo foi aplicada uma Programação Linear Inteira para os sistemas do IEEE de 14 e 30 barras.

Palavras-Chave- Algoritmo Genético; Programação Linear Inteira; PDC; PMU; SEP.

INTEGER LINEAR PROGRAMMING AND DIJKSTRA ALGORITHM APPLIED IN THE ALLOCATION OF PMUS AND PDCS IN ELECTRIC POWER SYSTEMS

Abstract - The Electric Power System is becoming increasingly complex and interconnected, this is related to several factors, such as the insertion of renewable energy sources, increased demand and the development of new technologies for example. Thus, more effective and more accurate monitoring of the SEP is necessary. The PMU is one of the main equipment of today capable of making the Electrical Power System monitoring more accurate and efficient. This is due to its higher sampling rate of the electrical quantities of the Electrical Power System in relation to the current meters and also when carrying out measurements in phasor forms. The problem of PMUs is related to

its high cost and the consideration of the communication network between the PMU and the PDC, so this work presents a way of allocating PMUs and PDCs, therefore, this work presents a way of allocation of PMUs and PDCs, with the objective of minimizing the cost of a system with PMUs and guaranteeing a fully monitored system. To achieve this objective, a Integer Linear Programming was applied to the IEEE systems of 14 and 30 buses.

Keywords - Genetic Algorithm; Integer Linear Programming; PDC; PMU; Electric Power System.

I. INTRODUÇÃO

O sistema elétrico de potência (SEP) está cada vez mais complexo, extenso e interligado. Essa complexidade é consequência de diversos fatores, como a inserção de fontes renováveis intermitentes, o aumento da demanda de energia e o desenvolvimento de novas tecnologias.

Diversos trabalhos na literatura apresentaram formas de tornar o monitoramento do SEP mais preciso, mais rápido e eficaz. Dentre os equipamentos desenvolvidos, a PMU (do inglês, Phasor Measurement Unit) tem ganhado um grande destaque. A PMU é capaz de realizar medições na taxa de 60 medições por segundo e é capaz de realizar medições fasoriais de tensão e corrente. Desta forma, a inserção das PMU no SEP, torna a estimação de estado (EE) do SEP mais precisa e eficaz [1].

O problema da instalação das PMUs no SEP está no seu elevado custo, em comparação ao sistema convencional de medição. O ideal é instalar PMUs em todas as barras do SEP, mas atualmente isso não é viável financeiramente, além disso, é possível monitorar completamente o SEP instalando PMUs em barras estratégicas, sem a necessidade da instalação em todas as barras do SEP. Desta forma, uma forma de alocação ótima das PMUs é necessária, onde é objetivado uma redução do custo, garantindo um monitoramento completo do SEP [2].

O objetivo do presente trabalho é encontrar o menor número

*lunarti.eng@gmail.com

de PMUs necessárias para garantir o sistema totalmente monitorado para casos base do IEEE e, como diferencial, abordar a localização do Phasor Data Concentrator (PDC) buscando minimizar a rede de comunicação entre as PMUs e os PDCs. Para alcançar o objetivo é utilizada uma Programação Linear Inteira (PLI), o algoritmo de Dijkstra e algoritmo Genético.

A alocação ótima de PMUs e PDCs resulta na redução do custo da implantação do Sistema de Medição Fasorial Sincronizado, aumentando a sua viabilidade econômica e proporcionando um monitoramento mais confiável e seguro do SEP,

II. METODOLOGIA

A PMU tem a capacidade de realizar medições fasoriais de tensão da barra que ela foi instalada e também a corrente fasorial de todas as barras conectadas a essa barra, desta forma, utilizando a Lei de Ohm e Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) é possível calcular as grandezas elétricas (tensão e corrente) nas outras barras sem PMUs instaladas, monitorando completamente o SEP.

A seguir são apresentadas três regras para garantir o monitoramento do sistema [3].

- Ao instalar a PMU na barra i , a tensão da barra i e as correntes de todas as barras conectadas a barra i são monitoradas;
- Ao instalar a PMU na barra i e esta barra está conectada a barra j , tem-se o monitoramento da tensão da barra i , a corrente entre a barra i e j , e pela Lei de Ohm é calculada a tensão da barra j ;
- Ao ter a tensão de duas barras que estão conectadas entre si, é possível pela Lei de Ohm calcular a corrente entre elas.

Com base na lei de impedância de Ohm, a impedância da linha multiplicada pela corrente entre seus nós resulta em uma queda de tensão entre esses dois nós. Isso é apresentado a seguir, onde A e B são nós, V_A e V_B são voltagens de seus respectivos nós, I_{AB} e Z_{AB} , respectivamente, representam os corrente e impedância entre o nó A e B [4].

$$V_A - V_B = I_{AB}Z_{AB} \quad (1)$$

Ao instalar uma PMU no barramento A , os V_A e I_{AB} serão medidos, para que o V_B possa ser calculado. Portanto, não é necessário instalar PMUs em todos os barramentos do sistema elétrico para garantir seu monitoramento total [4].

Para alcançar o objetivo desse trabalho foi utilizada Programação Linear Inteira (PLI). A Programação Linear é um problema em que a função objetivo de minimização ou maximização, juntamente com as restrições devem ser uma função linear. Se todas as variáveis do modelo são números inteiros, então é declarada como PLI [5].

A. Alocação de PMU

O objetivo de alocação de PMU é garantir a observabilidade do sistema enquanto minimiza o número de PMUs instaladas. Matematicamente o problema de alocação de PMU pode ser formulado como segue [5]:

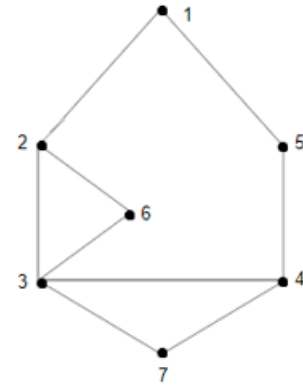
$$\min = \sum_{k=1}^n X_n C_n \quad (2)$$

Onde:

- n - Barras do sistema elétrico
- X - Variável binária representando a instalação da PMU
- C - Custo.

As restrições do problema são exemplificadas por meio de um sistema de sete barras, Figura 1, conforme a seguir:

Figura 1: Sistema de 7 barras



$$x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \quad (3)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 \geq 1 \quad (4)$$

$$x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 \geq 1 \quad (5)$$

$$x_3 + x_4 + x_5 + x_7 \geq 1 \quad (6)$$

$$x_1 + x_4 + x_5 \geq 1 \quad (7)$$

$$x_2 + x_3 + x_6 \geq 1 \quad (8)$$

$$x_3 + x_4 + x_7 \geq 1 \quad (9)$$

B. Alocação de PDC

A escolha da barra para instalação do PDC é vantajosa pois é possível minimizar o custo em rede de comunicação (C_{rc}) entre as PMUs e os PDCs. É considerado alocação ótima de PDC quando as PMUs e os PDCs estão instalados com a menor distância entre eles. O problema da alocação de PDC é formulado como segue:

$$C_{rc}(i, j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^c D(i, j) x_i \quad (10)$$

Onde:

- n - Barras do sistema elétrico
- c - Números de PDCs
- $D(i, j)$ - Distância entre a PMU_i e o PDC_j

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{se a PMU está instalada na barra } i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (11)$$

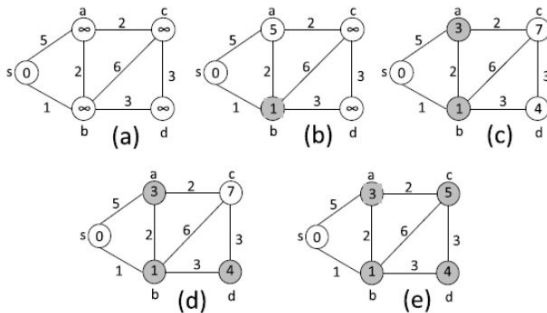
Para resolver o problema de alocação de PDCs foi utilizado o Algoritmo Genético e o Algoritmo de Dijkstra. O algoritmo

genético foi utilizado para gerar uma população com possíveis posições para alocação do PDC, já com as localizações das PMUs definidas. O indivíduo do Algoritmo Genético é modelado como um vetor $1 \times n$, sendo n o número de barras do SEP. Os valores dos genes do indivíduo são representados por Y_i .

$$1 \leq Y_i \leq n \quad (12)$$

Para calcular a menor distância entre as PMUs e os PDCs foi implementado o Algoritmo de Dijkstra. Esse algoritmo é conhecido como algoritmo do caminho mínimo, é normalmente utilizado para encontrar o menor caminho. O peso do caminho é mostrado sobre as aretas. Inicialmente, define-se que o peso de todos os nós é infinito. O método começa com a fonte s , seus nós adjacentes são a e b com peso de 5 e 1 respectivamente. Consequentemente o nó mais próximo de s é o nó b . Da mesma maneira, o processo é realizado para todos os nós, conforme a Fig. 2 de (a) a (e). Assim o algoritmo encontra o caminho mais curto da origem para todos os nós, considerando todos os caminhos [6].

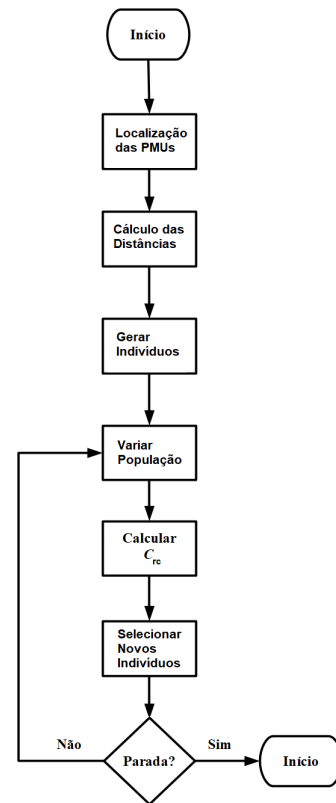
Figura 2: Algoritmo de Dijkstra



C. Fluxograma Alocação de PMU e PDC

Essa seção apresenta o processo completo da alocação de PMU e PDC. O presente método começa com a leitura dos dados do sistema do IEEE e com as entradas dos parâmetros do algoritmo genético. Posteriormente é encontrada a localização das PMUs utilizando Programação Linear Inteira e em seguida é calculada a menor distância entre todas as barras do caso base do IEEE por meio do Algoritmo de Dijkstra. Após essas informações encontradas é gerada a população inicial do Algoritmo Genético (AG) para encontrar a localização da instalação do PDC. São aplicados na população inicial os operadores de seleção, cruzamento e mutação e cálculo de fitness de cada indivíduo para geração da próxima geração. Esse processo evolucionário do AG é repetido até atingir o critério de parada. A Figura 3 apresenta o fluxograma do processo da alocação de PMU e PDC.

Figura 3: Fluxograma alocação de PMU e PDC



III. RESULTADOS

A metodologia proposta foi aplicada nos sistemas de 14 e 30 barras do IEEE em condições normais e contingência $n - 1$ de operação. Os população inicial do AG foi de 100 indivíduos com taxa de cruzamento e mutação em 0.5 e 0.05 respectivamente, o critério de parada foram 200 gerações.

1) Sistema IEEE de 14 barras

Nesta seção são apresentados os resultados para o sistema de 14 barras do IEEE em condições normais de operação e em contingência $n - 1$. Os resultados foram comparados com os trabalhos [1] e [5]. A Tabela 1 apresenta os resultados de alocação de PMU e PDC para o sistema de condição normal de operação.

Tabela 1: Alocação de PMU e PDC em condições normais

IEEE 14 Barras	Nº PMUs	Localização PMUs	Localização PDC
Proposto	4	2, 8, 10 e 13	4
[5]	4	2, 8, 10 e 13	Não Informado
[1]	4	2, 8, 10 e 13	Não Informado

Conforme visto na Tabela 1, foi encontrado o número de 4 PMUs para monitorar o sistema elétrico completamente, todos os trabalhos encontraram a mesma localização das PMUs, porém os trabalhos relacionados não abordaram a localização do PDC. A localização do PDC é importante, pois em Sistema de Medição Fasorial Sincronizada (SMFS) é importante considerar a rede de comunicação necessária entre as PMUs e os PDCs para uma abordagem mais realista.

A Tabela 2 apresenta a alocação de PMU e PDC para um

sistema de 14 barras do IEEE em contingência $n - 1$, isto é, o sistema tem que continuar totalmente monitorado mesmo com a perda de uma PMU e/ou PDC.

Tabela 2: Alocação de PMU e PDC em condições de contingência $n - 1$

IEEE 14 Barras	Nº PMUs	Localização PMUs	Localização PDC
Proposto	9	1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10 e 13	4 e 5
[5]	9	1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10 e 13	Não Informado
[1]	9	2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 e 13	Não Informado

Conforme apresentado na Tabela 2, para manter o sistema observável em situação de contingência $n - 1$ foi encontrado o número de 9 PMUs em todos os trabalhos relacionados. A diferença do presente trabalho está na abordagem da alocação de PDCs também em situação de contingência. Para o sistema de 14 barras do IEEE foi encontrada a localização dos PDCs nas barras 4 e 5.

2) Sistema IEEE de 30 barras

Nesta seção são apresentados os resultados para o sistema de 30 barras do IEEE em condições normais de operação e em contingência $n - 1$. Os resultados foram comparados com os trabalhos [1] e [5]. A Tabela 3 apresenta os resultados de alocação de PMU e PDC para o sistema de condição normal de operação.

Tabela 3: Alocação de PMU e PDC em condições normais de operação

IEEE 30 Barras	Nº PMUs	Localização PMUs	Localização PDC
Proposto	10	3, 5, 8, 10, 11, 12, 19, 23, 26 e 30	9
[5]	10	3, 5, 8, 10, 11, 12, 19, 23, 26 e 30	Não Informado
[1]	10	2, 4, 6, 9, 10, 12, 15, 19, 25 e 27	Não Informado

Analisando a Tabela 3, nota-se que para o sistema de 30 barras do IEEE foram necessárias a instalação de 10 PMUs por todos os trabalhos para assegurar o monitoramento completo desse sistema. O presente trabalho encontrou a barra 9 para a instalação do PDC, como menor caminho para a rede de comunicação. A Tabela 4 apresenta os resultados para a alocação de PMU e PDC para o sistema do IEEE de 30 barras em contingência $n - 1$.

Tabela 4: Alocação de PMU e PDC em condição de contingência $n - 1$

IEEE 30 Barras	Nº PMUs	Localização PMUs	Localização PDC
Proposto	21	1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 18, 19, 21, 23, 25, 26, 29 e 30	9 e 6
[5]	21	1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 18, 19, 21, 23, 25, 26, 29 e 30	Não Informado
[1]	21	2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 21, 24, 25, 26, 27, 28 e 30	Não Informado

Conforme a Tabela 4, note-se que para o monitoramento completo de um sistema de IEEE 30 barras em contingência $n - 1$ são necessárias 21 PMUs. Os trabalhos relacionados não abordaram a localização do PDC. O presente mé-

todo encontrou a localização para a instalação dos PDCs nas barras 9 e 6.

IV. CONCLUSÃO

Esse trabalho apresentou uma metodologia de alocação de PMUs e PDCs. Para isso foi utilizado a Programação Linear Inteira para encontrar a alocação das PMUs e o Algoritmo de Dijkstra e Algoritmo Genético para encontrar a alocação do PDC. A consideração da localização do PDC é importante devido ao custo do Sistema de Medição Fasorial Sincronizada ser influenciado pelo tamanho da rede de comunicação entre as PMUs e os PDCs.

A contribuição deste trabalho está na consideração simultânea das PMUs e dos PDCs para os sistemas do IEEE de 14 e 30 barras. Essa abordagem é mais realista em relação aos trabalhos relacionados devido a consideração da menor distância entre PMUs e PDCs, minimizando a rede de comunicação.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais por todo o suporte disponibilizado para a realização desse trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] Basetti, V. Chandel, A.K., "Optimal PMU Placement for Power System Observability using Taguchi Binary Bat Algorithm", *Measurement, Elsevier*, vol. 95, pp. 8-20, 2017.
- [2] Ghosh, P.K. Chatterjee, S. Roy, B.K.S., "Optimal Pmu Placement Solution: Graph Theory and MCDM-Based Approach", *IET Generation, Transmission Distribution. IET*, vol. 11, n.13 pp. 3371-3380, 2017.
- [3] Bedekar, P.P. Bhide, S.R. Kale, V.S., "Optimum Pmu Placement Considering one line/ one pmu outage and Maximum Redundancy using Genetic Algorithm", *IEEE The 8th Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI) Association of Thailand-Conference*, pp. 688-691, 2011.
- [4] Mandich, M. Xia, T. Sun, K., "Optimal pmu placement using stochastic methods", *In 2019 IEEE Power Energy Society General Meeting (PESGM)*, pp. 1-5, 2019.
- [5] Ahmed, M.M. Imran, K., "An Optimal PMU Placement Against N-1 Contingency of PMU Using Integer Linear Programming Approach", *2019 International Conference on Applied and Engineering Mathematics (ICAEM)*, pp. 127-132, 2019.
- [6] Dubey, R. Popov, M. Muro, J.D.J.C., "Cost Effective Wide Area Measurement Systems for Smart Power Network", *IEEE Power and Energy Technology Systems Journal*, vol.5, pp. 85-93, 2018.