CEEL - ISSN 2596-2221
Universidade Federal de Uberlândia
25 a 29 de novembro de 2019

ANÁLISE DOS CONTROLADORES PID E H-INFINITO NAS ABORDAGENS 1-DOF E 2-DOF PARA O SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA

Kenji Fabiano Ávila Okada*[1]

[1]FEELT – Universidade Federal de Uberlândia

***Resumo* – As não-linearidades e a instabilidade de um sistema de levitação magnética tornam necessário o projeto de controladores por realimentação. Dois métodos de controle são apresentados neste trabalho: o PID e o H-infinito nas abordagens 1-DOF e 2-DOF. Em ambos os casos, as análises de desempenho e de robustez foram, a partir das funções de sensibilidade do sistema, realizadas afim de estabelecer critérios de comparação entre os controladores. As análises do controle PID e as incertezas dos parâmetros de linearização do modelo foram utilizadas como base para o projeto do controlador H-infinito. Simulações no ambiente MATLAB/Simulink foram feitas para a validação de cada método.**

***Palavras-Chave* – MAGLEV, PID, H-infinito, 1-DOF, 2-DOF.**

ANALYSIS OF PID AND H-INFINITE CONTROLLERS IN 1-DOF AND 2-DOF APPROACHES FOR MAGNETIC LEVITATION SYSTEM

***Abstract* – The non-linearities and the instability of a magnetic levitation system make the design of feedback controllers necessary. Two controls methods are presented in this paper: PID and H-infinity in 1-DOF and 2-DOF approaches. In both cases, the performance and robustness analysis were performed based on sensitivity functions in order to establish a comparison between the controllers. The PID analysis and the uncertainties of the model linearization parameters were used as the basis for the H-infinity controller design. Simulations in MATLAB/Simulink environment were done to validate each method.**

***Keywords* – MAGLEV, PID, H-infinito, 1-DOF, 2-DOF.**

I. INTRODUÇÃO

O sistema de levitação magnética (MAGLEV) é uma tecnologia que apresenta baixo ruído, sem fricção e a possibilidade de ser utilizada em ambientes à vácuo, o que o torna favorável em certas aplicações em áreas como: transporte, estruturas, engenharia de precisão etc [1].

No entanto, as altas não-linearidades em conjunto à instabilidade de malha aberta do MAGLEV são elementos que comprometem o desempenho do sistema [2], dificultando o design de controladores que possam regulá-lo afim de atingir critérios específicos de resposta do sistema a perturbações, mudanças de set-point etc.

O objetivo deste artigo é, primeiramente, abordar as etapas de modelagem do MAGLEV, contemplando analiticamente as não-linearidades do sistema junto às suas possíveis simplificações e, em seguida, descrever e comparar o comportamento de dois tipos de controladores projetados, cada um nas abordagens 1-Grau de Liberdade e 2-Graus de Liberdade, 1-DOF e 2-DOF, respectivamente, para o processo.

O primeiro método de controle do estudo é baseado em [3], correspondendo ao Proporcional-Integral-Derivativo, PID. Segundo Arun Ghosh et al, a utilização do PID 2-DOF é justificada pela sua simplicidade de design em relação a outros métodos de controle, juntamente com a resolução de problemas encontrados quando se emprega o PID 1-DOF, como elevado sobressinal ocasionados pelas não-linearidades.

Robustez é um critério importante a ser considerado no design de controladores quando o sistema estiver vulnerável a incertezas presentes no modelo do sistema [4]. Por esse motivo, o segundo método de controle, o proposto neste trabalho, é baseado no controlador H-infinito, afim de levar em considerações os erros gerados pela linearização, além de melhorar o comportamento de determinadas características presentes na abordagem PID quando sujeito a perturbações e a ruído de medição.

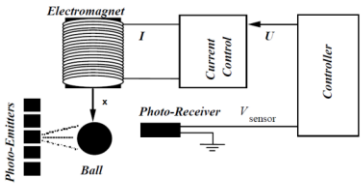
II. MODELAGEM DO SISTEMA

O esquemático da Figura 1 representa o MAGLEV utilizado neste trabalho, baseado no produto da empresa Feedback Instruments Ltd. Neste momento, a importância é visar o controle da posição vertical ‘x’ (m) da bola de acordo com o valor da corrente elétrica ‘i’ (A) na bobina.

Utilizando as leis Newtonianas, pode-se representar o deslocamento do objeto com massa ‘m’ (kg) a partir da interação entre a força gravitacional e a força magnética ‘f’ (N) [5] gerada pela bobina, Equações 1 e 2.

*kenji_okada09@hotmail.com

Figura 1: Esquemático do MAGLEV



$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg - f \tag{1}$$

$$f = -\frac{i^2}{2}\frac{dL}{dx} \tag{2}$$

Uma segunda proposta da Equação 1 é adicionar o fator de fricção determinado experimentalmente [6].

De acordo com a Equação 1, a dinâmica da bobina é fundamental para determinar o valor da corrente elétrica correspondente à cada posição desejada da bola. No entanto, é a partir da representação do modelo da indutância 'L' (H) em que as simplificações matemáticas ocorrem. Dois tipos de propostas de simplificações serão comentados. A primeira [7], dependente da constante 'a' (m), dada aproximadamente em função do diâmetro da bola, e o segundo método [8], dependente do valor desejado da posição da bola 'x_0' (m), descritos pelas Equações 3 e 4, respectivamente.

$$L(x) = L_1 + L_0 e^{\frac{-x}{a}} \tag{3}$$

$$L(x) = L_1 + \frac{L_0 x_0}{x} \tag{4}$$

Substituindo as Equações 3 e 4 na Equação 1, separadamente, as funções f(i,x) resultantes são linearizadas com o método de truncamento da série de Taylor, Equação 5, e em seguida obtém-se as funções equivalentes no domínio de 's' a partir da transformada de Laplace, Equação 6 para o primeiro método e Equação 7 para o segundo, em que 'i_0' (A) é o valor da corrente elétrica na posição desejada da bola, e 'g' (m/s^2) a constante gravitacional.

$$\Delta\ddot{x} = -\left(\left.\frac{\partial f(i,x)}{\partial i}\right|_{i_0,x_0}\Delta i + \left.\frac{\partial f(i,x)}{\partial x}\right|_{i_0,x_0}\Delta x\right) \tag{5}$$

$$\frac{x(s)}{i(s)} = \frac{-\frac{2g}{i_0}}{s^2 - \frac{g}{a}} \tag{6}$$

$$\frac{x(s)}{i(s)} = \frac{-\frac{2g}{i_0}}{s^2 - \frac{g}{x_0}} \tag{7}$$

Observa-se que a Equação 6 mantém presente a constante 'a'. Devido esse parâmetro ser dada aproximadamente em função do tipo de bola posicionada no MAGLEV, optou-se em utilizar o modelo da Equação 7 para o projeto dos controladores das seções seguintes, uma vez que 'x_0' é atrelada a 'i_0', tornando mais simples essa representação matemática.

A segunda parte da modelagem do sistema é adicionar à função de transferência da Equação 7, os ganhos especificados pela FeedBack associados ao sensor de posição (K2) e ao controlador de corrente. Para este, a função de transferência de malha aberta pode ser definida pela Equação 8 [2], no entanto, como o sistema da FeedBack utiliza esse controlador no interior do MAGLEV sem que haja a possibilidade de modificação pelo usuário e sem informar os valores das resistências 'R_s' e 'R_c' (Ω), o valor de 'K1' será utilizado para representar esse controlador.

$$\frac{i(s)}{u(s)} = \frac{\frac{1}{L}}{s + \frac{Rc + Rs}{L}} \tag{8}$$

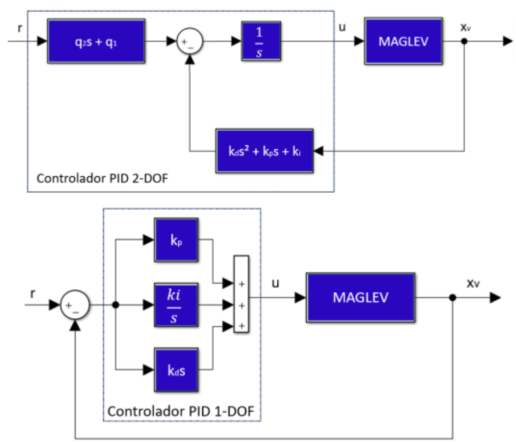
A equação final é definida pela Equação 9, em que 'x_v' (V) representa a saída do sensor de posição e 'u' (V) a tensão de entrada do sistema.

$$\frac{x_v(s)}{u(s)} = \frac{-K1K2\frac{2g}{i_0}}{s^2 - \frac{g}{x_0}} \tag{9}$$

III. CONTROLADORES PID 1-DOF E 2-DOF

A Figura 2 é o esquemático dos controladores PID 2-DOF e 1-DOF projetados, baseados em [3]. Os parâmetros k_p, k_i, k_d, correspondem aos valores dos ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente, do PID. Na abordagem 2-DOF, q_1 e q_2 são parâmetros do filtro da referência.

Figura 2: Controladores PID 2-DOF e 1-DOF



Para o design do controlador PID 2-DOF, a representação equivalente de malha fechada é dada pelas Equações 10 e 11.

$$\frac{x_v(s)}{r(s)} = \frac{(q_2 s + q_1)b}{\sigma} \tag{10}$$

Sendo:

$$b = -K1K2\frac{2g}{I_0} \ e$$

$$\sigma = s^3 + k_d b s^2 + \left(bk_p - \frac{g}{a}\right)s + bk_i \tag{11}$$

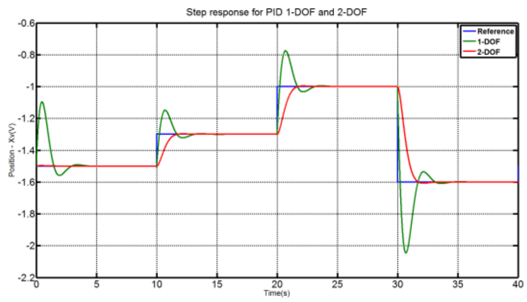
O problema é encontrar os valores de k_d, k_i e k_p e q_1. A variável q_2 é utilizada para ajustar os parâmetros da resposta, como o sobressinal. A técnica de alocação de polos nos permite encontrar os valores desses parâmetros a partir de comparações, Equação 12, entre a equação característica desejada e a do sistema, utilizando os valores desejados da frequência natural 'w_n' (rad/s) e do coeficiente de amortecimento 'ζ', correspondentes aos valores de projeto do sobressinal e do tempo de resposta do sistema em malha fechada.

$$s^3 + k_d b s^2 + \left(bk_p - \frac{g}{x_0}\right)s + bk_i = (s+a)(s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2) \qquad (12)$$

O polo s = -a é escolhido com um valor superior a s = - ξw_n, tal que assegure a robustez ao sistema [3]. Como o denominador da função de transferência equivalente de malha fechada do PID 1-DOF é igual ao 2-DOF, os valores de k_d, k_i e k_p serão os mesmos.

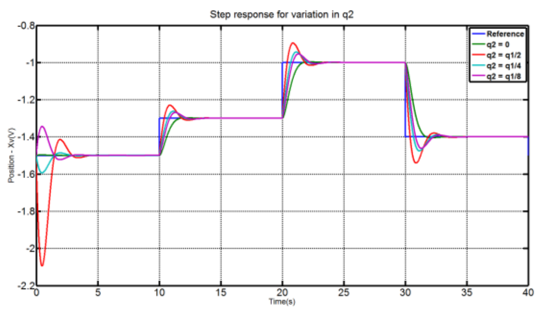
Para a simulação, foram escolhidos os valores de $\xi = 0.7$, tempo de acomodação Ts = 2 s, $w_n = 2.8$ rad/s, $a = -600\xi w_n$, $q_2 = 0$, $x_0 = 9$ mm. Logo, de acordo com a Equação 12, obtém-se $k_d = -0.3175$, $k_i = -1.8417$, $k_p = -2.4979$ e $q_1 = -1.8417$. A Figura 3 mostra os resultados obtidos variando-se a referência. O ambiente MATLAB/Simulink foi utilizado para a simulação.

Figura 3: Resposta ao degrau dos sistemas



O efeito da variação do valor de q_2 é mostrado na Figura 4. Observa-se que o sistema com controlador PID 2-DOF mantém tempos de resposta semelhante ao 1-DOF, no entanto, diferenciando-se pelos valores de sobressinal. A variação de q_2 é responsável em tornar o sobressinal do sistema com o PID 2-DOF maior ou menor em relação ao sistema com PID 1-DOF.

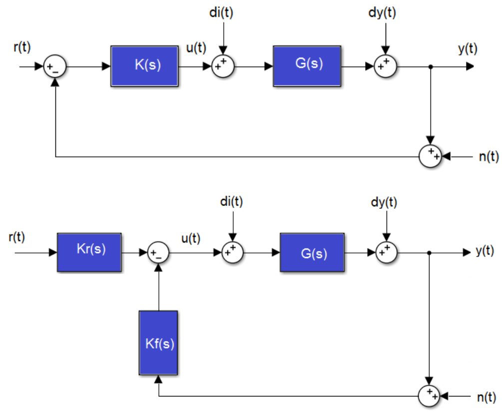
Figura 4: Resposta do sistema com variações em q_2



IV. ANÁLISE DE DESEMPENHO DO SISTEMA COM PID 1-DOF E 2-DOF

Após o projeto de um controlador, é importante fazer uma análise do desempenho (tempos de resposta e margem de módulo) e suas respostas à cada tipo de entrada (distúrbios de entrada/saída, ruído e referência) a partir das funções de sensibilidade [9]. A descrição do sistema para cada controlador pode ser realizada pelo esquemático da Figura 5, considerando todos os tipos de entradas mencionados. As Equações 13 e 14 (para o PID 1-DOF) e Equações 15 e 16 (para o PID 2-DOF) descrevem como cada sinal de entrada pode perturbar o sinal de saída do sistema 'y' (x_v) e o sinal de controle 'u'.

Figura 5: Diagrama de blocos para análise de desempenho dos controladores PID 1-DOF e 2-DOF



$$y = S_1 dy + S_1 G di + T_1(r - n) \qquad (13)$$

$$u = -S_1 K dy - T_1 di + S_1 K(r - n) \qquad (14)$$

$$y = S_2 dy + S_2 G di + S_2 G K_r r - T_2 n \qquad (14)$$

$$u = -S_2 K_f dy - T_2 di + S_2 K_r r - S_2 K_f n \qquad (15)$$

Onde :

$$S_1 = (1 + KG)^{-1} \;\; e \;\; T_1 = 1 - S_1 \qquad (16)$$

$$S_2 = (1 + K_f G)^{-1} \;\; e \;\; T_2 = 1 - S_2 \qquad (17)$$

S_1 e S_2 = função de sensibilidade;
T_1 e T_2 = função de sensibilidade complementar;
KS e K_fS = função de sensibilidade do controlador ;
GS = função de sensibilidade do sistema G(s) ;
S_2K_r = função de sensibilidade do controlador em relação à referência ;
S_2K_rG = função de sensibilidade do sistema G(s) em relação à referência.

A diferença entre os dois controladores é que para o PID 2-DOF, a referência e o ruído não estão associados à mesma função de sensibilidade. Por esse motivo, pode-se, por exemplo, atenuar o efeito do ruído sem prejudicar o efeito da referência no sistema.

As Figuras 6 e 7 mostram os resultados obtidos para cada controlador. Todas as observações são descritas na Tabela 1.

Figura 6: Funções de sensibilidade para o sistema com PID 1-DOF

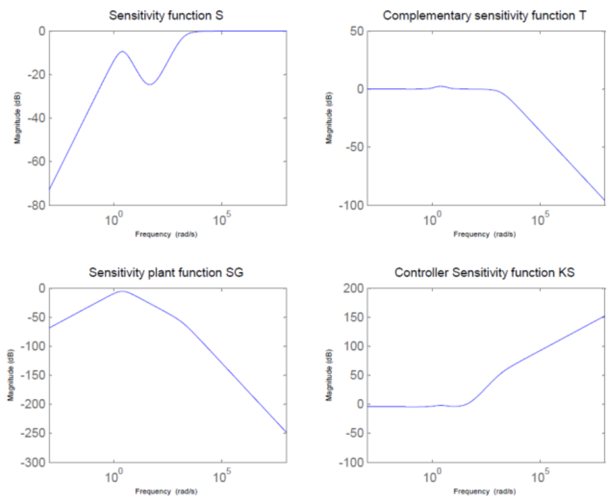


Figura 7: Funções de sensibilidade para o sistema com PID 2-DOF

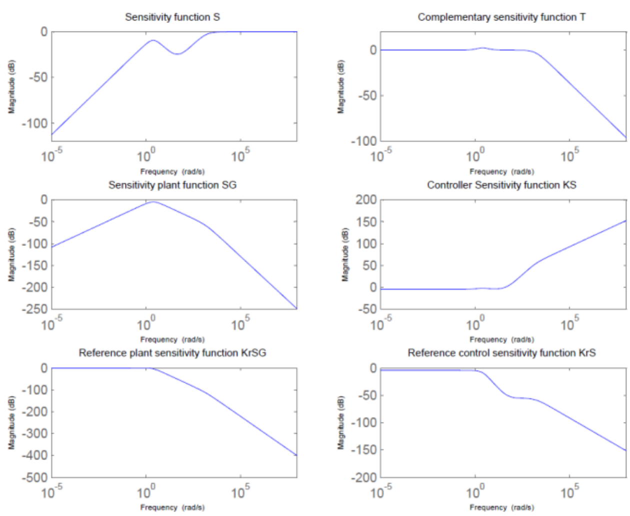
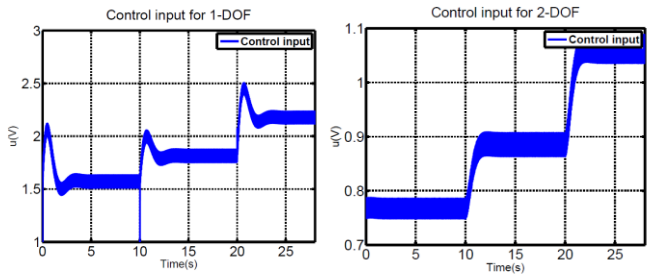


Tabela 1 : Análise de desempenho e robustez para os controladores PID 1-DOF e 2-DOF

Tipo de sinal	PID 1-DOF / PID 2-DOF
Referência (r)	($\|T\| \cong 0$ com w → 0 , 1-DOF) e ($\|S_2 G K_r\|_\infty \cong 0$ for w → 0, 2-DOF), erro de regime permanente ≅ 0
Perturbação de entrada (di)	Atenuação superior a 100dB para $w < 10^{-5}$ rad/s em y
Perturbação de saída (dy)	Atenuação superior a 110dB para $w < 10^{-5}$ rad/s em y
Ruído (n)	Ganho do ruído em u(t) igual a $\|KS\| \rightarrow \infty$ para $w \rightarrow \infty$, a partir de $w = 100 \text{rad/s}$. Atenuação do ruído em y(t) superior a 40dB para $w > 10^5$ rad/s
Margem de módulo	$\|T\|_\infty < 3.5db \ e \ \|S\|_\infty < 6db$. Dentro da margem de estabilidade.
Tempos de resposta	$T_s \cong 2s$

De acordo com a Tabela 1, os dois controladores possuem características semelhantes em relação aos diversos tipos de sinais de entrada. No entanto, é possível notar que um problema que reside em ambos os controladores é a atenuação do ruído no sinal de controle. A Figura 8 mostra que um ruído de magnitude igual a 10^{-4} V a uma frequência de 1 kHz ocasiona um aumento perceptível de trabalho do controlador (variação em torno de 0.1 V de pico, ou seja, ganho de 60dB do ruído).

Figura 8: Sinais de controle submetido ao ruído



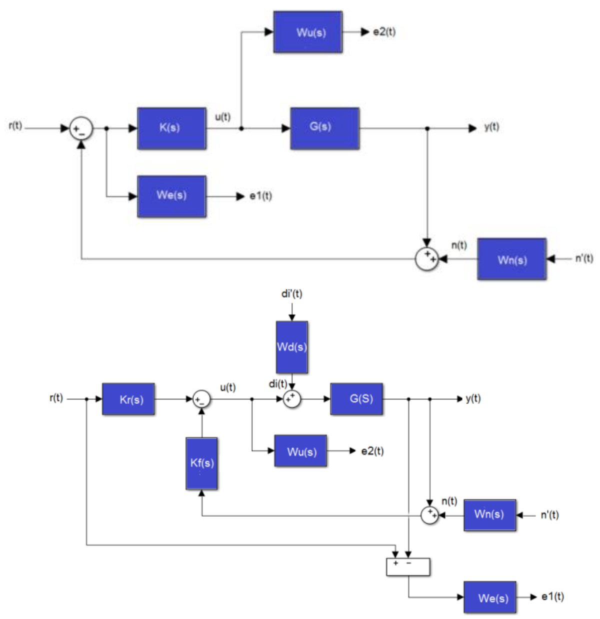
Para evitar essa situação, o estudo propõe o projeto de um controlador H-infinito, baseado em funções de ponderações que forçam o sistema de malha fechada a obterem desempenho e robustez desejados.

V. CONTROLADORES H-INFINITO 1-DOF E 2-DOF

O método H-infinito é utilizado conhecendo as especificações de projeto para uma aplicação real de um sistema. No entanto, neste caso, como não há uma aplicação específica do estudo, o objetivo do controlador será aperfeiçoar as características de robustez em relação ao ruído obtidas pelos controladores PID 1-DOF e 2-DOF, mantendo as demais.

A Figura 9 representa os diagramas de blocos utilizados para cada controlador nas abordagens 1-DOF e 2-DOF afins de resolver o problema do método H-infinito (encontrar as funções dos controladores K(s), Kr(s) e Kf(s) submetidos às funções de ponderação).

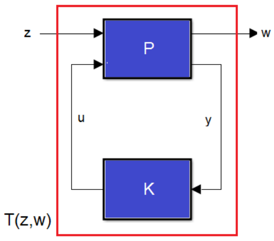
Figura 9: Diagrama de blocos para 1-DOF e 2-DOF



O processo para escolher cada uma das funções de ponderação inicia-se em Wu(s) e We(s), uma vez que estão ligadas às funções de sensibilidade KS e S, respectivamente, o que permite obter a maioria das características de robustez e desempenho. Caso essas funções não forem suficientes para que o sistema atinja todas as características desejadas, será necessário adicionar outras ponderações. Neste caso, Wn(s) foi empregado afim de reduzir a largura de banda de KS, melhorando a reposta ao ruído e Wd(s), para forçar o sistema a atenuar perturbações de entrada à saída y(t).

Cada sistema da Figura 9 pode ser representada pela configuração geral de controle, Figura 10, em que ‘z’ são as variáveis externas (referência, ruído e perturbação), ‘w’ as variáveis controladas (ligadas as funções de ponderação, ‘e1’, ‘e2’ e ‘e3’), ‘u’ o sinal de controle e ‘y’ as saídas medidas (variáveis ligadas às entradas do controlador, (r-n-y) e (r, -n-y)).

Figura 10: Configuração geral de controle P-K



O problema do H-infinito, para a estabilidade e o desempenho nominais, será encontrar o valor ótimo de K de maneira que a Equação 20, a partir das Equações 18 e 19, possa ser respeitada [4].

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$T_{(z,w)} = F_l(P,K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21} \quad (19)$$

$$\|T\|_\infty < 1\ (K\ ótimo)\ ou\ \|T\|_\infty < \gamma\ (K\ subótimo) \quad (20)$$

A problemática deste método é a escolha das funções de ponderação, que são feitas por tentativa e erro (calcular o controlador H-infinito e analisar se o sistema de malha fechada corresponde à todas especificações de projeto, senão, encontrar novas funções de ponderação).

As considerações de incertezas dos parâmetros do sistema também devem ser levadas em conta para a garantia de robustez do sistema. Neste caso, foi levado em consideração as incertezas dos parâmetros i_0 e x_0, afim de estudar tal robustez a partir dos erros gerados pela linearização e a presença de não linearidades. A Figura 11 representa a modelagem das incertezas utilizando o esquema de saída multiplicativa e a Figura 12, a nova configuração geral de controle P-K-Δ ou N- Δ.

Figura 11: Modelagem das incertezas

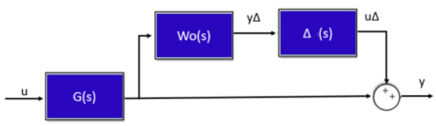
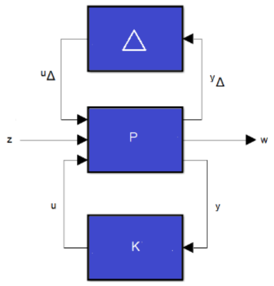


Figura 12: Configuração de controle P-K-Δ



A estabilidade robusta é garantida pelo Teorema do Menor Ganho se a Equação 21 é respeitada. A função de ponderação Wo(s) está ligada ao pior caso das incertezas e é adicionado ao problema da Equação 20 através do modelo da representação P-K-Δ da Figura 12. Essa ponderação permite incluir as incertezas no projeto do controlador H-infinito.

$$\|\Delta\|_\infty < 1 \quad (21)$$

Para a análise do desempenho robusto, cada sistema em malha fechada deve respeitar os templates estabelecidos por cada função de ponderação. As Figuras 13 e 14 mostram os resultados obtidos para os controladores H-infinito 1-DOF e 2-DOF.

Para o controlador H-infinito 1-DOF, o valor máximo de incerteza que permite o sistema possuir desempenho robusto é de 10% em i_0 e x_0, enquanto que para a abordagem 2-DOF, a incerteza máxima é igual a 20%.

O ponto principal a ser observado é que a rejeição de ruído foi obtida em ambos os controladores ($\|KS\| \to 0$ para $w \to \infty$.). Para o caso 1-DOF, a largura de banda é igual a 1000 rad/s, e para o caso 2-DOF, de 4000 rad/s.

Utilizando o mesmo ruído da simulação da Figura 8, a resposta dos controladores obtidas estão representadas na Figura 15.

Figura 13: Análise para o controlador H-infinito 1-DOF

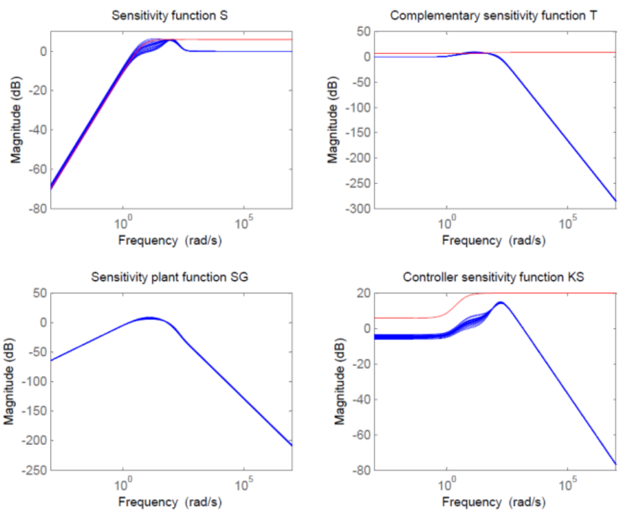


Figura 14: Análise para o controlador H-infinito 2-DOF

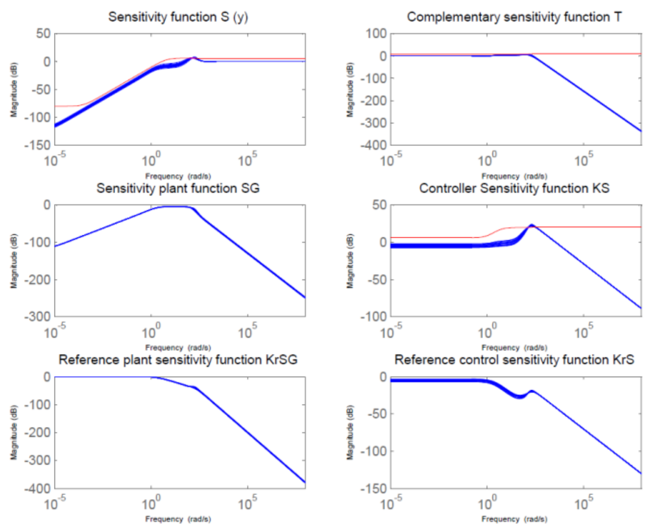
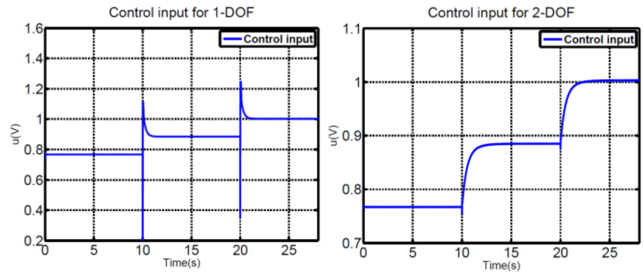
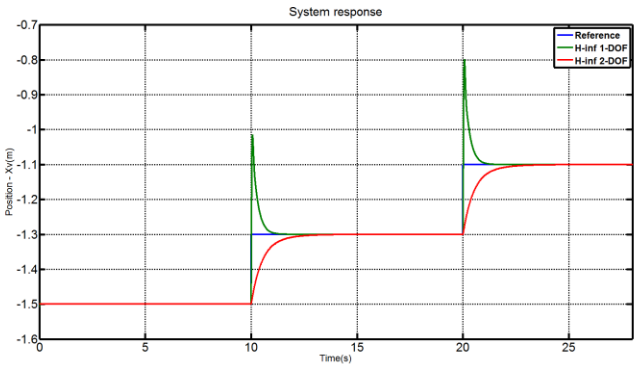


Figura 15: Sinais de controle submetido ao ruído



A Figura 16 é a reposta dos sistemas ao degrau obtida. O controle robusto obteve características semelhantes de desempenho do PID junto as vantagens sobre o ruído e as incertezas de modelo.

Figura 16: Resposta do sistema ao degrau



VI. CONCLUSÕES

Os controles na abordagem 2-DOF, em aspecto geral, apresentaram uma resposta sem ou com sobressinal menor que a abordagem 1-DOF. Além disso, no caso robusto, as incertezas dos parâmetros do modelo ligadas à linearização, interferem menos no caso 2-DOF, ou seja, esse controlador possui um desempenho mais robusto em relação ao 1-DOF.

Sobre a aplicação desses controladores em sistemas reais, as duas abordagens do controle H-infinito obtiveram desempenho aceitável em relação à atenuação dos sinais de perturbação e do ruído, assegurando estabilidade e rastreamento da saída.

Em relação ao caso PID, o controle robusto é mais complexo, no entanto, garante desempenho e estabilidade robustos a um sistema em que as não-linearidades fortemente influenciam no controle de posição da bola.

Um tópico importante a comentar é a questão da discretização de ambos os controladores e as análises das funções de sensibilidade. Parte dos diagramas de bodes das análises pode ser desconsiderada quando se trabalha com sistema discretos. A parte relevante à análise é definida pelo tempo de amostragem. Por esse motivo, selecionar tempos de amostragem maiores que 100 ms (devido ao valor de w na Tabela 1 para o ruído) para o caso PID, que garanta estabilidade ao sistema, permite que ruídos de alta frequência não prejudiquem o sinal de controle. Logicamente, o tempo de amostragem pode ser alterado caso o sistema se torne instável ou o controlador não tenha desempenho satisfatório. Caso seja um valor menor que 100 ms, isso permitirá que o ruído sofra amplificação. Em ambos os casos de controladores, o tempo de amostragem utilizado para as simulações foi de 1 ms, uma vez que o sistema se tornava instável para valores superiores a 10 ms.

REFERÊNCIAS

[1] E. Alvarez-Sanchez, J. Alvarez-Gallegos, R. Castro-Linares, *A Maglev System: Modeling and Controller design*, International Conference on Industrial Electronics and Control Applications, Quito, pp. 6-6, 2005.

[2] Y. Eroglu, G. Ablay, *Cascade Control of Magnetic Levitation with Sliding Modes*, 3rd International Conference on Control, Mechatronics and Automation (ICCMA), Volume 42, 2015.

[3] A. Ghosh, TR. Krishnan, P. Tejaswy, A. Mandal, J. K.Pradhan, S. Ranasingh, *Design and implementation of a 2-DOF PID compensation for magnetic levitation systems*, ISA transactions,Volume 53, Issue 4, pp. 1216-22, 2014.

[4] S. K. Choudhary, *Robust Feedback Control Analysis of Magnetic Levitation System*, WSEAS Transactions on Systems, pp. 285-291, 2014.

[5] M.B. Naumovié, *Modeling of a Didactic Magnetic Levitation System for Control Education*, 6th International Conference on Telecommunication in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service, Telsiks, Volume 2, pp. 783-786, 2003.

[6] *MagLev Apparatus*, Fact Sheet.

[7] W. Hurley, W. Wolfle, *Electromagnetic Design of a Magnetic Suspension System*, IEEE Transactions on Education, Volume 40, pp. 124-130, 1997.

[8] T. Wong, *Design of a Magnetic Levitation Control System - An Undergraduate Project*, IEEE Transactions on Education, Volume 29, pp. 196-200, 1986.

[9] J. E. Bibel, S. Malyevac, *Guidelines for the selection of weighting functions for H-infinity control*, Naval Surface Warfare Center, Virginia, 1992.