



## ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA OPERAÇÃO ÓTIMA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS NO LONGO PRAZO

L. P. Moura<sup>1\*</sup>, L. Viola<sup>1</sup>, T. M. Pereira<sup>1</sup>, A. J. P. Rosentino Jr.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>FEEC – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – Universidade Estadual de Campinas

<sup>2</sup>ICTE – Instituto de Ciências Tecnológicas e Exatas – Universidade Federal do Triângulo Mineiro

**Resumo** - Este artigo apresenta resultados de análises de sensibilidade da operação ótima de um sistema hidrotérmico de reservatório único. Foram feitas variações na demanda, na vazão afluente, no preço dos combustíveis e no nível inicial do reservatório para verificação das diferenças ocorridas na operação deste sistema. Utilizou-se a programação dinâmica determinística para otimização da operação, a qual foi implementada no *software* MATLAB.

**Palavras-Chave** - Operação energética, otimização, programação dinâmica determinística, sistemas hidrotérmicos, usina hidroelétrica, usina termoeétrica.

### SENSITIVITY ANALYSIS OF LONG-TERM HYDROTHERMAL SYSTEM OPERATIONS

**Abstract** - This article presents the results of sensitivity analyzes of the optimal operation of a hydrothermal system of a single reservoir. Variations were made in the demand, in the inflow, in the fuel price and in the initial level of the reservoir to verify the differences occurred in the operation of this system. It was used the deterministic dynamic programming for optimization of the operation, which was implemented in MATLAB.

**Keywords** - Hydrothermal systems, hydroelectric plant, thermoelectric plant, energy operation, optimization, deterministic dynamic programming.

#### I. INTRODUÇÃO

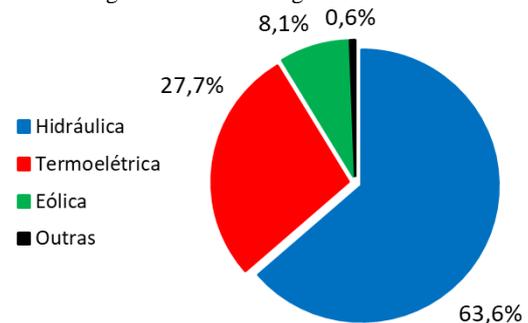
Apesar do crescente uso de fontes renováveis na matriz energética brasileira, como a energia eólica, o uso de Usinas Hidroelétricas – UHE e de Usinas Termoeletricas – UTE ainda é predominante no sistema elétrico nacional, conforme Figura 1. Desta forma, pode-se considerar que o perfil energético no país ainda se assemelha a um Sistema Hidrotérmico – SHT convencional (Figura 1) [1].

Destaca-se que as fontes primárias da energia eólica e fotovoltaica não podem ser armazenadas, como é o caso energia hídrica e térmica. Por esta razão, a energia elétrica produzida por fontes renováveis possui despacho prioritário,

cabendo às UHE e UTE a regulação da operação energética no sistema elétrico. Ademais, mesmo com a evolução das tecnologias de armazenamento de energia, os custos ainda inibem sua aplicação em grande escala.

Deste modo, discussões acerca da operação ótima de sistemas hidrotérmicos ainda são de extrema relevância para a redução dos custos de operação do sistema elétrico brasileiro [2], [3].

Figura 1: Matriz energética brasileira.



Assim, este artigo apresenta análises de sensibilidade da operação de um SHT de reservatório único utilizando programação dinâmica determinística (PDD).

#### II. REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Como já dito, o sistema considerado para os estudos aqui apresentados, conforme Figura 2, é um sistema hidrotérmico com apenas uma usina hidrelétrica e um reservatório, complementados por uma UTE com capacidade máxima suficiente para atender a carga sozinha.

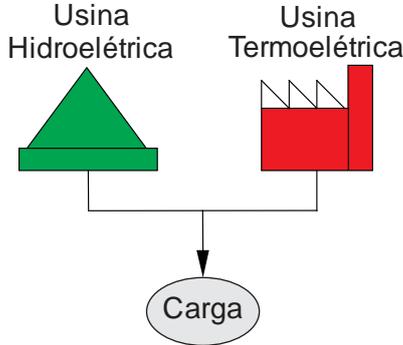
Considerar apenas uma usina hidrelétrica com apenas um reservatório simplifica sobremaneira a representação matemática do sistema. No entanto, esta simplificação é necessária para implementação do algoritmo de otimização.

Quanto à metodologia de otimização utilizada, são possíveis duas abordagens distintas: estocástica e determinística [4], [5]. Para representação fiel das características do sistema, que é não linear, optou-se pela implementação da Programação Dinâmica Determinística – PDD. O objetivo final da otimização, no contexto do problema

\* leandropm91@gmail.com

proposto, é a determinação do volume ou vazão turbinada na UHE, em cada estágio de tempo, que reduza os custos de operação da UTE [6].

Figura 2: Diagrama esquemático para representação matemática.



A tomada de decisão deverá ser feita tendo como base o nível do reservatório. A função objetivo é dada por:

$$\min \sum_{t=1}^T c[g(t)] \quad (1)$$

O problema está sujeito às seguintes restrições:

$$g(t) + p(t) = d(t) \quad (2)$$

$$p(t) = k\{\phi[x(t)] - \theta[q(t)]\}q(t) \quad (3)$$

$$x(t) = x(t-1) + [y(t) - q(t)]\beta \quad (4)$$

$$x_{\min.} \leq x(t) \leq x_{\max.} \quad (5)$$

$$q_{\min.} \leq q(t) \leq q_{\max.} \quad (6)$$

$$\phi[x(t)] = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 \quad (7)$$

$$\theta[q(t)] = b_0 + b_1q + b_2q^2 + b_3q^3 + b_4q^4 \quad (8)$$

$$x(T) = x_{\max.} \quad (9)$$

Onde:

$c(g)$  - função de custo termelétrico [R\$];

$g(t)$  - geração termelétrica no período  $t$  [MW.mês];

$p(t)$  - geração hidroelétrica no período  $t$  [MW.mês];

$d(t)$  - demanda de energia no período  $t$  [MW.mês];

$k$  - produtividade específica [MW/m<sup>3</sup>/s/m];

$\phi$  - polinômio da cota de montante da usina hidroelétrica [m];

$\theta$  - polinômio da cota de jusante da UHE [m];

$x(t)$  - volume armazenado no reservatório da usina hidroelétrica no final do período  $t$  [hm<sup>3</sup>];

$q(t)$  - vazão turbinada na UHE no período  $t$  [m<sup>3</sup>/s];

$y(t)$  - vazão afluente à UHE no período  $t$  [m<sup>3</sup>/s];

$\beta$  - coeficiente de transformação de variáveis de m<sup>3</sup>/s em hm<sup>3</sup>/mês;

$x_{\min.}$  - volume armazenado mínimo no reservatório da UHE [hm<sup>3</sup>];

$x_{\max.}$  - volume armazenado máximo no reservatório da UHE

[hm<sup>3</sup>];

$q_{\min.}$  - vazão turbinada mínima da UHE [m<sup>3</sup>/s];

$q_{\max.}$  - vazão turbinada máxima da UHE [m<sup>3</sup>/s];

$x(0)$  - volume inicial armazenado no reservatório da UHE, em [hm<sup>3</sup>];

$x(T)$  - volume final armazenado no reservatório da UHE [hm<sup>3</sup>];

Assim, a operação ótima de um SHT é equacionada como um problema não linear, de acordo com as equações apresentadas. A equação (2) representa o balanço de potência entre a geração da UHE e da UTE a fim de atender a demanda. A produção da UHE é apresentada na equação (3), dependente da produtividade específica, da altura de queda bruta e da vazão turbinada. Já a equação (4) é uma equação recursiva para determinação do volume do reservatório, o qual é limitado pela equação (5). A vazão turbinada também tem seus valores limitados através da equação (6). Por sua vez, os polinômios cota de jusante e montante que determinam a altura de queda bruta são definidos nas equações (7) e (8). Finalmente, a equação (9) estabelece que o reservatório atinja a meta de enchimento no final do período de planejamento. Ressalta-se que todas as equações apresentadas foram implementadas no *software* MATLAB, o que foi utilizado para realização do processo de otimização.

### III. SISTEMA TESTE

Tendo como base as equações matemáticas já expostas, os valores adotados para as variáveis relacionadas com a usina são apresentados na Tabela 1. Tais valores foram baseados na Usina Hidrelétrica de Furnas.

Tabela 1: Dados da UHE e reservatório

$k$	0,008633
$\beta$	2,628
$a_0$	735,2460
$a_1$	0,003496580
$a_2$	-1,974370.10 <sup>-7</sup>
$a_3$	6,917050.10 <sup>-12</sup>
$a_4$	-9,773650.10 <sup>-17</sup>
$b_0$	6,71633.10 <sup>2</sup>
$b_1$	0,00101738
$b_2$	-1,79972.10 <sup>-7</sup>
$b_3$	2,51328.10 <sup>-11</sup>
$b_4$	0
$x_{\min.}$	5733
$x_{\max.}$	22950
$q_{\min.}$	200
$q_{\max.}$	1692

A afluência considerada é a Média de Longo Termo – MLT para a UHE de Furnas conforme Figura 3. Vale ressaltar que para as análises feitas (de longo prazo), a afluência anual foi repetida em todos os anos, como indicado pela Figura 4.

O custo de operação da UTE, o qual é uma função da energia gerada, é dado pela equação (10), cuja unidade é R\$.

$$c(g) = 0,02g^2 \quad (10)$$

Figura 3: MLT do histórico de vazões.

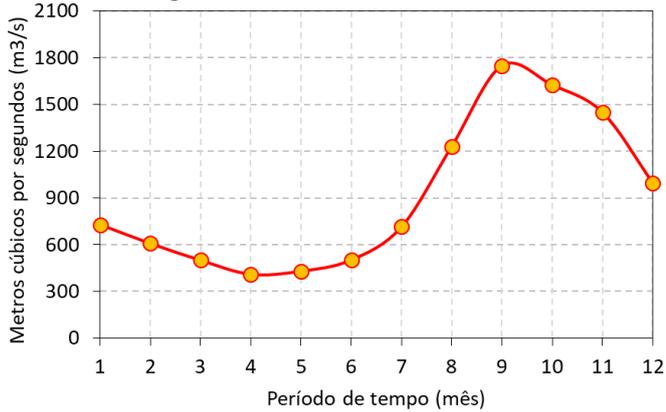
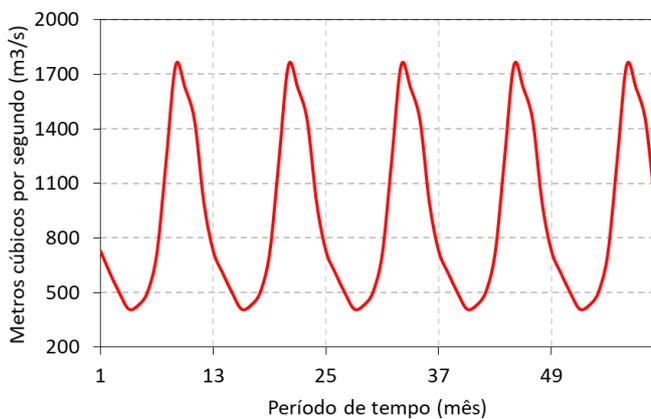


Figura 4: Afluência adotada para análise de longo prazo.



#### IV. RESULTADOS E ANÁLISES

##### A. Variação do volume inicial do reservatório

Como primeira análise, foram considerados diferentes volumes iniciais do reservatório da usina hidrelétrica. O reservatório foi dividido em seis partes iguais, como pode ser observado nas figuras 5 e 6, as quais apresentam a trajetória do volume armazenado no reservatório ao longo do tempo.

A primeira característica a ser observada é a de que, quanto maior o volume inicial, menor é o tempo necessário para que a operação do SHT entre em regime permanente. Quando inicialmente cheio, a análise do sistema começa já em estado de regime permanente. Quando inicialmente vazio, são necessários 25 meses (cerca de dois anos) para que o sistema atinja o mesmo estado.

O segundo ponto meritório de destaque é o de que diferentes níveis iniciais do reservatório não se traduzem em mudanças de estado de regime permanente. Nesse caso, o problema de planejamento do primeiro e do segundo ano são independentes e uma solução ótima é encontrada para cada ano. Em outras palavras, para análises de regime, adotar como 100% o nível inicial do reservatório não traz prejuízo algum ao estudo.

A Figura 7, por sua vez, apresenta a vazão turbinada na UHE. Observa-se que, quando adotados níveis iniciais relativamente baixos, operando de forma ótima, a turbinagem é minimizada até que o reservatório esteja completamente cheio, entrando em regime permanente. Isto indica que,

operando com níveis maiores no reservatório, os custos de operação são menores. Tal fato pode ser explicado pela equação 3, a qual indica que, com uma altura de queda bruta maior, é possível produzir a mesma quantidade de energia com uma vazão turbinada menor, maximizando o uso da água estocada. Para ilustração desse efeito, a Figura 8 apresenta a altura de queda bruta. Como resultado disso, a energia produzida pela UHE aumenta ao longo do período de regime transitório (seguindo perfil da vazão turbinada), ao passo que a energia produzida pela UTE diminui (Figura 9).

Figura 5: Trajetória do volume armazenado no reservatório para cada nível inicial considerado.

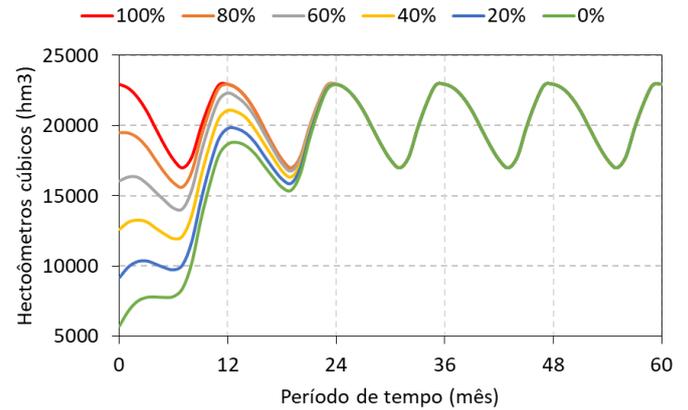


Figura 6: Trajetória do volume armazenado no reservatório para cada nível inicial considerado (regime transitório).

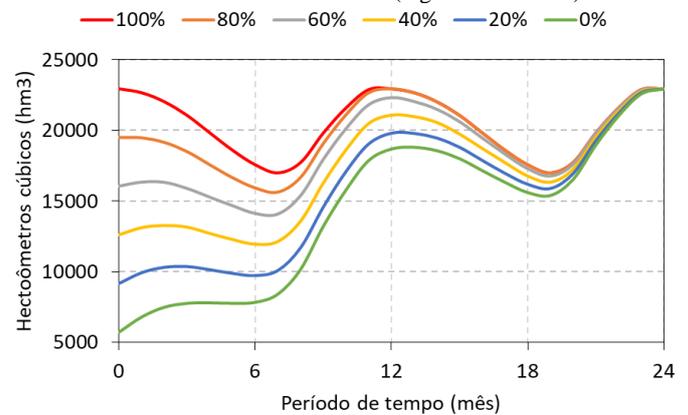


Figura 7: Vazão turbinada para cada nível inicial considerado.

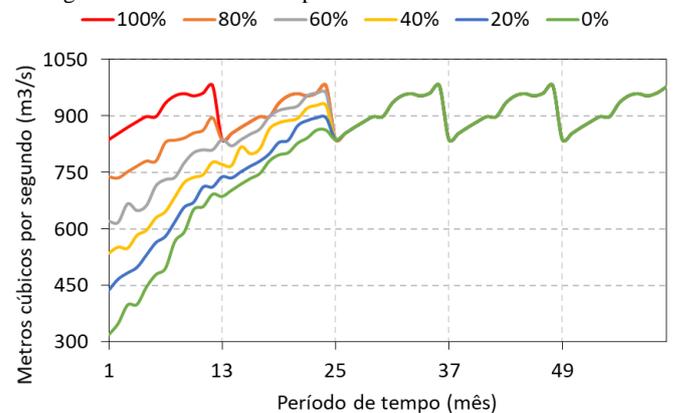


Figura 8: Trajetória da altura de queda bruta para cada nível inicial considerado.

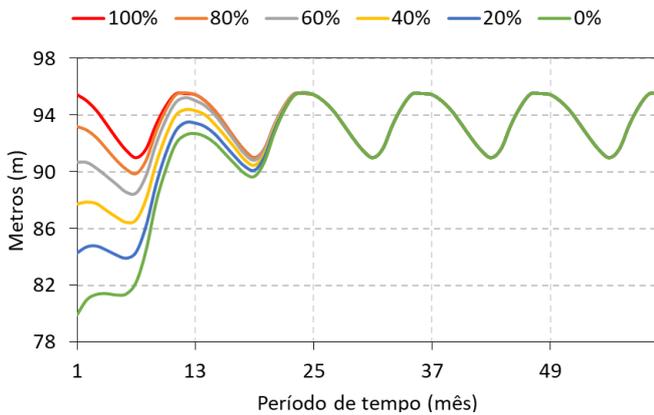
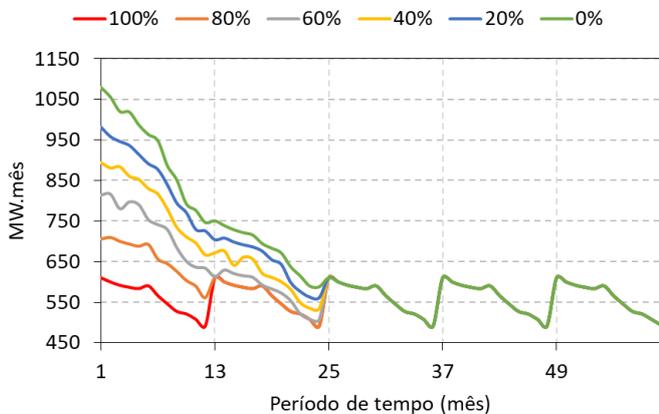
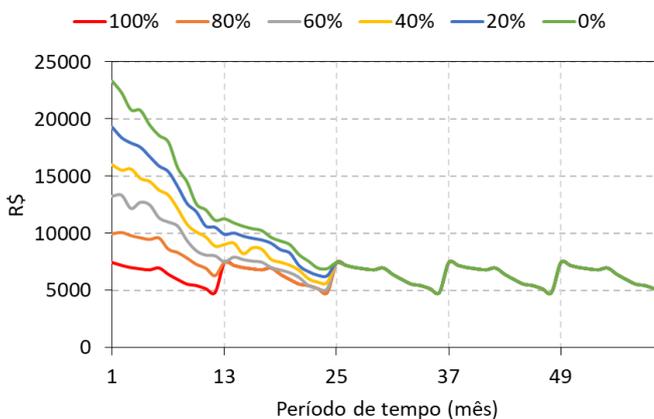


Figura 9: Energia gerada pela UTE para cada nível inicial considerado.



Em relação ao custo de operação (Figura 10), destaca-se as diferenças obtidas para o período de regime transitório: quanto menor é o volume inicial, maior é o custo de operação envolvido. Já em regime permanente, o custo iguala-se para todos os volumes iniciais adotados.

Figura 10: Custo de operação da UTE para cada nível inicial considerado.

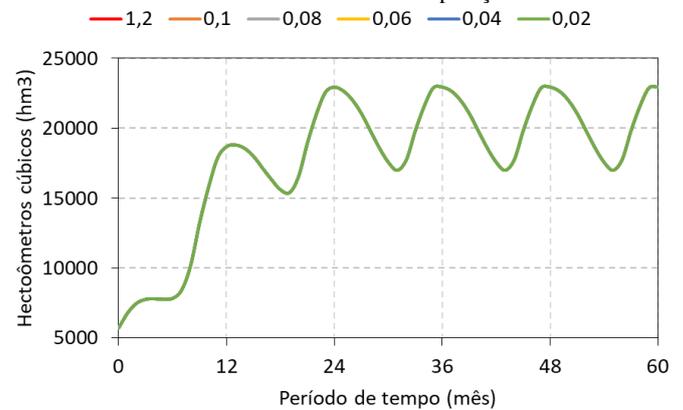


### B. Variação do preço do combustível

Nesta análise, o preço do combustível foi variado mantendo-se constante as outras variáveis. O intuito é verificar sua influência na operação do SHT.

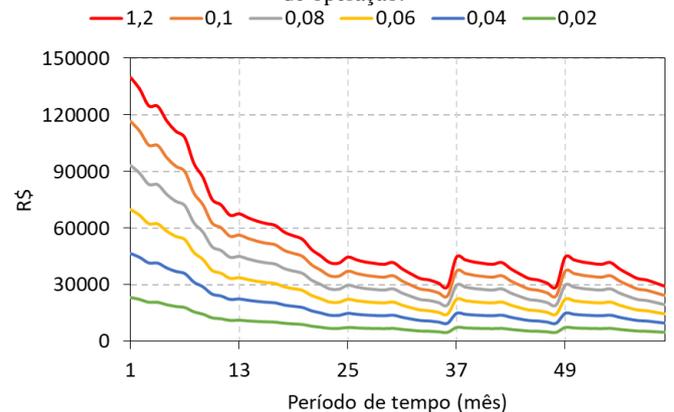
A Figura 11 indica que o preço do combustível não impacta na política de operação do sistema.

Figura 11: Trajetória do volume armazenado no reservatório para cada constante de custo de operação.



É claro que, com preços da fonte primária mais elevados, o custo de operação é maior tanto no período de regime transitório quanto no período de regime permanente, conforme apresentado pela Figura 12.

Figura 12: Custo de operação da UTE para cada constante de custo de operação.



### C. Variação da demanda energética

Neste ponto, a sensibilidade do sistema frente às variações de demanda é analisada.

Primeiramente, observa-se na Figura 13 que há uma correlação entre o volume de água armazenado no reservatório e a demanda considerada: quanto maior a demanda, menor é o tempo necessário para que o reservatório entre em regime permanente.

De forma complementar, quando em regime permanente, percebe-se que quanto maior a demanda menor é a variação do nível do reservatório ao longo do ano. Isso pode ser explicado pelo fato de que, com volumes maiores de água armazenada ao longo dos meses, obtém-se alturas de queda bruta maiores (Figura 14), representando maior eficiência na produção de energia elétrica da UHE.

Uma vez que demandas maiores exigem o enchimento do reservatório em períodos de tempo mais curtos, é compreensível que a turbinagem nesses períodos seja menor, limitando-se apenas à turbinagem mínima exigida para vazão de jusante nos primeiros meses, conforme Figura 15.

Figura 13: Trajetória do volume armazenado no reservatório para cada demanda considerada.

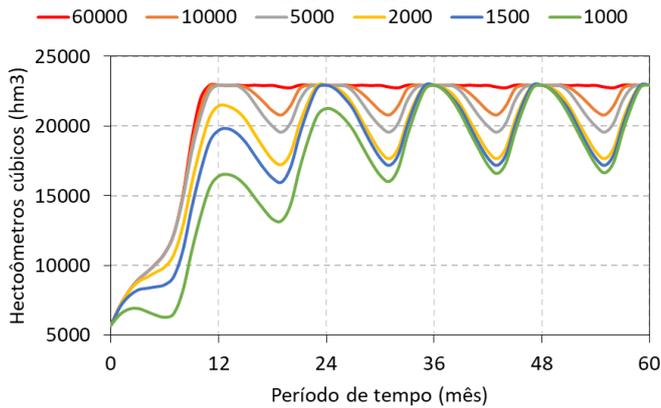


Figura 14: Altura de queda bruta do reservatório para cada demanda considerada.

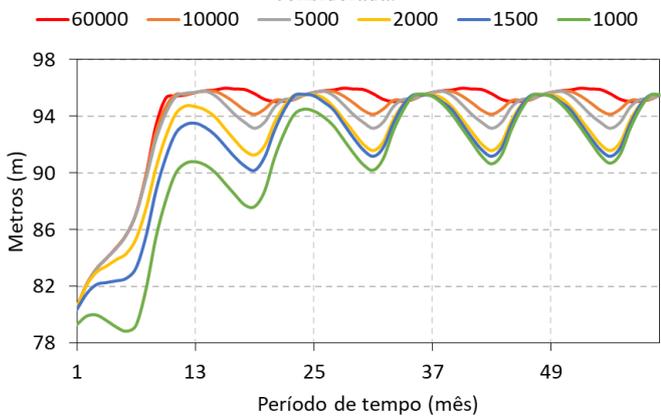
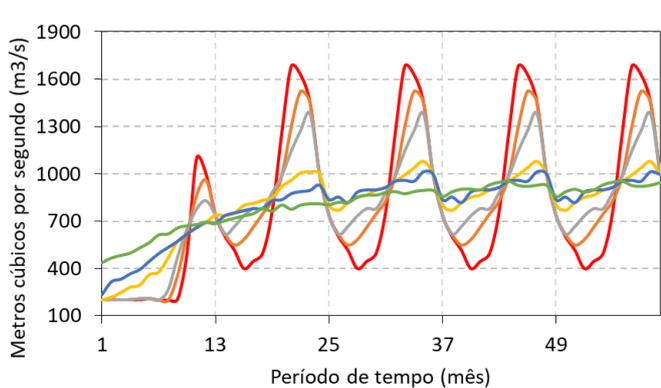


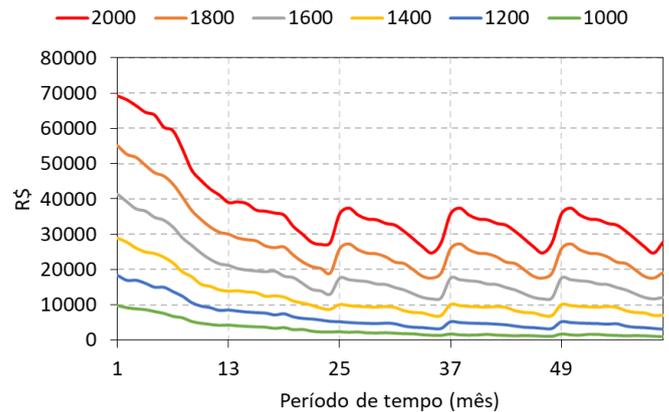
Figura 15: Vazão turbinada para cada demanda considerada.



Quanto ao aspecto da turbinagem quando em regime permanente, percebe-se que para demandas maiores a trajetória desta variável sofre variações bruscas ao longo do ano e que seu perfil se assemelha ao da afluência adotada. Isto acontece para manutenção da altura de queda bruta elevada ao longo de todo ano. Em outras palavras, nos períodos de cheia a turbinagem pode ser elevada sem alterar o nível do reservatório, e em períodos de seca deve ser reduzida para manter a mesma condição.

Quanto aos custos de operação (Figura 16), com foco nos custos de regime permanente, estes são maiores para demandas maiores, como esperado.

Figura 16: Custo de operação da UTE para cada demanda considerada.



Outro ponto de destaque é que, quanto maior a demanda, maior é a variação do custo ao longo do ano (maior custo no período de seca e menor custo no período de cheia).

#### D. Variação da afluência

Para verificação da influência da variação da vazão afluente na operação do SHT estudado, considerou-se as afluências apresentadas na Figura 17.

Figura 17: Afluências adotadas para análise de sensibilidade.

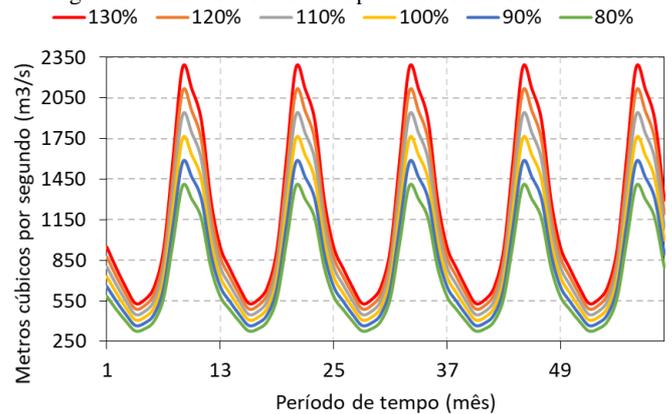
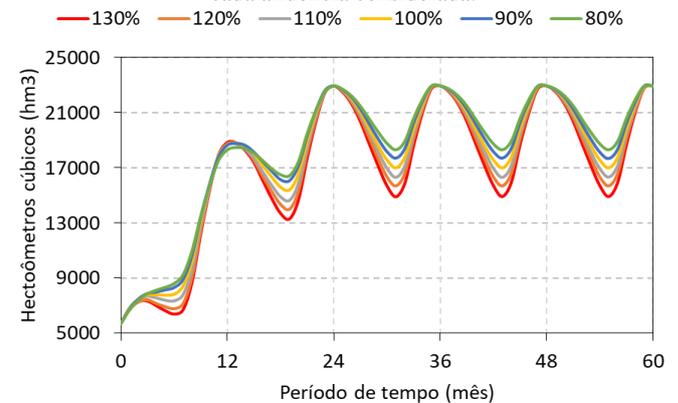


Figura 18: Trajetória do volume armazenado no reservatório para cada afluência considerada.



A Figura 18 apresenta a trajetória do volume armazenado no reservatório. Primeiro destaca-se que o tempo para o estabelecimento da condição de regime permanente é aproximadamente igual para todas as vazões afluentes

consideradas. Em regime permanente, fica claro que a variação do nível do reservatório ao longo do ano é maior para afluências maiores. Isto é perfeitamente compreensível uma vez que, com um volume afluente maior, níveis altos de reservatório podem ser alcançados mesmo com uma vazão turbinada maior.

Figura 18: Energia gerada pela UHE para cada afluência considerada.

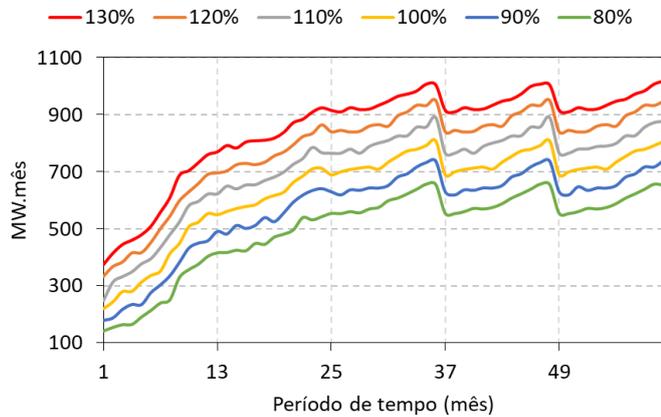


Figura 19: Energia gerada pela UTE para cada afluência considerada.

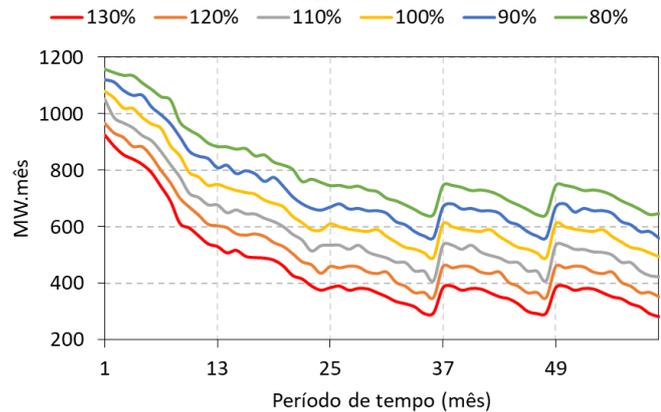
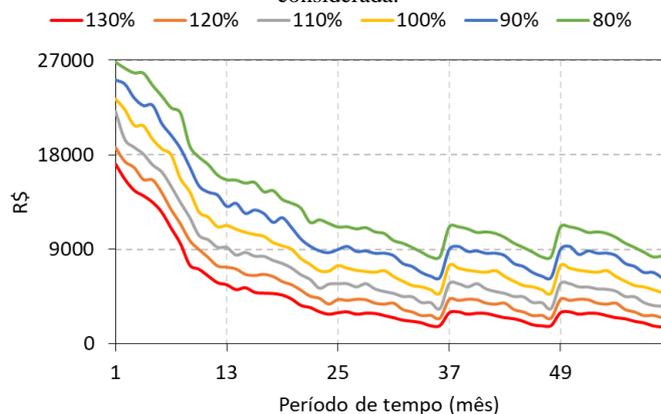


Figura 20: Custo de operação da UTE para cada afluência considerada.



Em geral, afluências maiores permitem uma participação maior da usina hidrelétrica no atendimento da demanda. Assim, quanto maior a vazão afluente, maior é a energia produzida pela UHE (Figura 18), e menor é a complementação

feita pela UTE (Figura 19). Tal fato resulta em turbinagens maiores e em menores custos (Figura 20) de operação do sistema.

## V. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou análises de sensibilidade da operação ótima de um sistema hidrotérmico de reservatório único. Considerando o regime transitório, observou-se que variações do nível inicial do reservatório e de demanda influenciam diretamente na faixa de tempo desse período. Constatou-se que quanto maior o nível inicial e quanto maior a demanda, menor é o tempo necessário para a estabilização da política de operação do SHT. Considerando o período de regime permanente, observou-se que algumas variáveis têm influência direta na operação como a demanda e a afluência. Constatou-se que quanto maior é a demanda ou a afluência, maior é a variação do nível do reservatório ao longo do ano. Verificou-se também que, quando maior é a afluência, maior é a participação da UHE no atendimento da demanda, e menor é o custo de operação. Em contrapartida, o do preço da matéria prima da UTE e o nível inicial do reservatório não possuem tal influência. Vale ressaltar que o tempo necessário para que um sistema hidrotérmico atinja o estado de regime permanente depende não apenas do volume inicial, mas também das características da usina hidrelétrica e do reservatório. Como trabalhos futuros, ressalta-se que no momento vivido pelo sistema elétrico brasileiro, torna-se cada vez mais relevante a inclusão da geração eólica nos modelos de otimização.

## REFERÊNCIAS

- [1] ABEEólica - Associação Brasileira de Energia Eólica, “Boletim Anual de Geração Eólica 2017.” 2017.
- [2] L. S. A. Martins, S. Soares, and A. T. Azevedo, “A nonlinear model for the long-term hydro-thermal generation scheduling problem over multiple areas with transmission constraints,” in *2009 IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*, 2009, pp. 1–7.
- [3] M. S. Zambelli, I. Luna, and S. Soares, “Long-term hydropower scheduling based on deterministic nonlinear optimization and annual inflow forecasting models,” in *2009 IEEE Bucharest PowerTech*, 2009, pp. 1–8.
- [4] T. d. A. Araripe Neto, C. B. Cotia, M. V. F. Pereira, and J. Kelman, “Comparison of Stochastic and Deterministic Approaches in Hydrothermal Generation Scheduling,” *IFAC Proc. Vol.*, vol. 18, no. 7, pp. 175–180, Jul. 1985.
- [5] M. Zambelli, T. G. Siqueira, M. Cicogna, and S. Soares, “Deterministic versus stochastic models for long term hydrothermal scheduling,” in *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, 2006, p. 7 pp.
- [6] S. Soares and A. A. F. M. Carneiro, “Optimal operation of reservoirs for electric generation,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 6, no. 3, pp. 1101–1107, Jul. 1991.