



UMA HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE USINAS HIDRELÉTRICAS A CURTO PRAZO

Paulo Cesar Ferreira Freitas*¹, Adriano Chaves Lisboa², Rodney Rezende Saldanha³ e Miguel M. Costa¹

¹Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil

²Gaia soluções sob demanda, Rua Prof. Jose Vieira de M. 770, 31310-260, Belo Horizonte-MG, Brasil

³Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Antônio Carlos 6627, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

Resumo - Este trabalho propõe uma heurística para solução do problema de planejamento da geração das usinas hidrelétricas a curto prazo. O desenvolvimento desta heurística se baseia em regras para utilização dos recursos hídricos que determinam o quanto gerar em cada usina em cada período de tempo, e assim, levar o sistema a sua máxima eficiência de geração ao longo do horizonte de planejamento desejado. A heurística é fundamentada em um modelo determinístico de otimização não linear em que são considerados todos os efeitos característicos deste tipo de problema, como: efeito do nível do reservatório, efeito da elevação do canal de fuga, perdas hidráulicas, aflúências naturais e tempo de deslocamento da água entre usinas. O método proposto aplica-se tanto a usinas isoladas quanto a sistemas de usinas em cascata. Um sistema contendo quatro plantas em cascata foi utilizado para demonstração e validação do método proposto neste trabalho.

Palavras-Chave- Hidrelétrica; heurística; planejamento a curto-prazo;

A HEURISTIC FOR SHORT-TERM HYDROELECTRIC SCHEDULING

Abstract -This paper proposes a heuristic to solve the short term planning problem of the hydroelectric plants generation. The development of this heuristic is based on rules for the use of water resources that determine how much to generate in each plant in each period of time of the problem, and thus, to bring the system to its maximum generation efficiency over the desired planning horizon. The heuristic is based on a deterministic model of nonlinear optimization in which all the characteristic effects of this type of problem are considered: reservoir level effect, tail-race height effect, penstocks head loss, natural inflows and water delay time between plants. The proposed method applies to both isolated plants and cascade plants systems.

A system containing four cascade plants was used for demonstration and validation of the proposed method.

Keywords - hidropower generation; heuristic; short-term scheduling

NOMENCLATURA

Índices:

i	usina
j	unidade geradora
t	instante de tempo

Parâmetros:

h	Altura de queda líquida
h'	Nível do Reservatório
h''	Nível do canal de fuga
h'''	Altura de perda Hidráulica
n_u	Número de usinas
n_g	Número de unidade geradoras
η	Eficiência da geração
$P_{t,i,j}$	Potência gerada pela unidade j da usina i no período t
$P_{t,i}$	Potência gerada pela usina i no período t
$Q_{T,t,i,j}$	Fluxo turbinado pela unidade j da usina i no período t
$Q_{T,min}$	Fluxo turbinado mínimo
$Q_{T,max}$	Fluxo turbinado máximo
$Q_{V,t,i}$	Fluxo vertido pela usina i no período t
$Q_{N,t,i}$	Aflúência natural na usina i no instante t
$Q_{D,t,i}$	Defluência da usina i no instante t
$Q_{D,min,i}$	Defluência mínima da usina i
$Q_{D,max,i}$	Defluência máxima da usina i
V_i	Volume do Reservatório i

*pc-freitas@hotmail.com

I. INTRODUÇÃO

O objetivo do planejamento da geração hidrelétrica a curto prazo é determinar o ponto ótimo de operação das usinas que maximiza a produção de energia elétrica garantindo a manutenção do nível dos reservatórios. O problema é de difícil resolução devido a complexas restrições hidráulicas e elétricas, pela dependência entre as variáveis e a não linearidade da função de geração que precisa ser levado em conta em sua resolução [6].

Em consequência da dimensão e complexidade do problema, a utilização de heurísticas e metaheurísticas foram amplamente abordadas na resolução deste problema, sendo capazes de obter uma boa solução com um custo computacional satisfatório. Entretanto a utilização destas técnicas não garante a solução ótima do problema [22]. Entre as metaheurísticas mais utilizadas, destacam-se: *Particle Swarm Optimization* (PSO) [18] [19], *Differential Evolution* (DE) [14] e Algoritmo Genético (GA) [8] [17]. Estes têm demonstrado resultados satisfatórios.

A consideração de heurísticas específicas para solução deste problema baseado em regras para utilização dos recursos hídricos podem trazer redução significativa no custo computacional envolvido. A partir de análises da operação das hidrelétricas, algumas regras podem ser definidas para maximizar a produção de energia elétrica e levando a geração à melhor eficiência. Essas regras se baseiam em onde alocar ou turbinar o recurso hídrico de forma a obter o seu melhor aproveitamento. Na literatura, são encontrados alguns trabalhos que utilizam tais regras de forma a obter a solução ótima do problema.

Soares e Carneiro (1993) [6] determinam a ótima operação dos reservatórios a partir do estabelecimento de um conjunto de regras que definem o montante a ser defluído por cada usina de um sistema em cascata. O sistema é avaliado por seu potencial energético através de uma equação que leva em consideração a posição da usina no sistema e sua capacidade de armazenamento. Assim, a partir de um modelo não linear, as regras são estabelecidas baseado na análise da ótima trajetória dos reservatórios.

Lund e Guzman (1999) [7] definem políticas para utilização dos recursos hídricos aplicados a sistemas de usinas em série e paralelo. As regras levam em consideração o objetivo desejado (exemplo: armazenamento ou produção de energia) e a estação do ano (enchimento ou esgotamento dos reservatórios), que irá definir uma prioridade para armazenamento ou turbinamento de cada usina do sistema que leva o sistema ao seu ponto ótimo de operação.

XIE (2012) [16] define regras para a defluência em cada usina foi realizada a partir de um modelo matemático baseado no princípio de operação do reservatório. A partir do modelo, uma análise da operação ao longo de três anos da usina sob estudo foi realizada. Os dados são processados e analisados usando o algoritmo de otimização progressiva combinado com o algoritmo genético, que determinam o conjunto de regras. Tais regras são capazes de realizar a previsão da defluência e seu respectivo planejamento de forma que os resultados obtidos sejam satisfatoriamente próximos da solução ótima do problema.

Este artigo apresenta um algoritmo para o ótimo planejamento de usinas hidrelétricas considerando aflúências naturais como determinísticas. A partir de uma formulação não linear do problema, leva-se cada planta a sua máxima eficiência levando em conta um conjunto de regras previamente determinadas através das características dos reservatórios, podendo se destacar: localização do reservatório no sistema e sua capacidade de armazenamento. Com a determinação de tais regras para utilização dos recursos hídricos o problema pode ser simplificado e assim utilizado a heurística capaz de levar o sistema para seu ponto ótimo de operação com custo computacional reduzido.

A Tabela I apresenta uma revisão da literatura. A segunda coluna (métodos) define a metodologia aplicada a resolução do problema, entre elas: Programação não Linear Inteira Mista (MINLP), Programação não Linear (PLN), *Progressive Optimality Algorithm* (POA), *Culture Algorithm* (CA). A coluna “Regras” indica se foi aplicado alguma regra para determinar o ponto ótimo de operação baseado em algum estudo das características do sistema sob análise. A coluna “Função de Geração” indica a característica da formulação matemática aplicada à função de geração das turbinas, se está foi linearizada ou não.

Tabela 1: Revisão Bibliográfica

Artigo	Método	Regras	Função de Geração
[3]	<i>Network Flow</i>	Não	Não linear
[4]	Programação Dinâmica	Não	Linear por partes
[5]	<i>Network Flow</i>	Sim	Não Linear
[6]	<i>Network Flow</i>	Sim	Não Linear
[9]	Pontos Interiores	Não	Linear
[12]	MINLP	Não	Linear
[13]	PLN	Não	Não Linear
[16]	Ga-POA	Sim	-
[15]	CA-DE	Sim	Não Linear
[21]	MINLP	Não	Linear por partes

II. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema a ser resolvido neste trabalho consiste em maximizar o aproveitamento do potencial hídrico disponível frente a uma demanda de energia elétrica. Para tal fim, a geração deve estar na maior eficiência quanto possível. Desta forma, será preservado o recurso hídrico atendendo as necessidades de demanda de energia.

A energia produzida por uma unidade geradora pode ser dada por [22]

$$P = k\eta h Q_T \quad (1)$$

onde η é a eficiência do conjunto turbina e gerador (%), k é uma constante resultante do produto aceleração da gravidade g (m/s^2) e densidade da água ρ (kg/m^3), h é a altura de queda líquida (m) e Q_T é a vazão turbinada (m^3/s).

A altura de queda líquida h é dada pela cota do nível do reservatório h' subtraído o nível do canal de fuga h'' e as perdas hidráulicas h''' , ou seja

$$h = h'(V) - h''(Q_T, Q_V) - h''' \quad (2)$$

onde V é o volume do reservatório e Q_V a vazão vertida.

A partir das definições apresentadas nas equações (1) e (2), pode ser formulado o problema de despacho ótimo [22]

maximize

$$f = \sum_{i=1}^{n_u} \frac{\sum_{t=1}^T P_{t,i}}{\sum_{t=1}^T (Q_{T,t,i} + Q_{V,t,i})} \quad (3)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^{n_u} P_{t,i} = D_t \quad \forall t \quad (4)$$

$$Q_{T,\min,i,j} \leq Q_{T,t,i,j} \leq Q_{T,\max,i,j}, \quad \forall t, i, j \quad (5)$$

$$V_{\min,i} \leq V_{t,i} \leq V_{\max,i} \quad \forall t, i \quad (6)$$

$$\frac{1}{\Delta t} (V_{t,i} - V_{t-1,i}) + Q_{D,t,i} - \sum_{i' \in \Omega_i} Q_{D,t-\tau_{t,i'},i'} = Q_{N,t,i'} \quad \forall t, i \quad (7)$$

$$Q_{D,\min} \leq Q_{D,t,i} \leq Q_{D,\max} \quad (8)$$

onde n_u é a quantidade de usinas hidrelétricas, $Q_{T,t,i}$ e $Q_{V,t,i}$ são o montante de fluxo turbinado e vertido no instante de tempo t da planta i , respectivamente, $P_{t,i}$ o total de potência gerada pelo conjunto de geradores pertencentes a planta i no instante t , D_t a demanda no instante t , $Q_{T,\min,i,j}$ e $Q_{T,\max,i,j}$ o turbinamento mínimo e máximo, respectivamente, do gerador j da planta i no instante t , $V_{\min,i}$ e $V_{\max,i}$ os volumes mínimo e máximo da planta i , $Q_{N,t,i}$ a vazão natural da planta i no instante t , $Q_{D,t,i}$ a defluência da planta i no instante t , $Q_{D,\min}$ e $Q_{D,\max}$ a defluência mínima e máxima da planta i , e Δt é o intervalo de tempo entre dois instantes t sob estudo.

A função objetivo apresentada na equação (3) consiste em maximizar a razão entre o total de potência gerada pelas usinas $P_{t,i}$ e o montante defluído por elas, turbinado mais vertido.

A equação (4) faz o balanço entre o montante de potência gerado por todas as usinas $P_{t,i}$ e a demanda de energia no período de tempo D_t .

O turbinamento máximo e mínimo permitido devido às limitações da turbina é descrito pela equação (5). Os limites impostos ao volume do reservatório em função das características construtivas da barragem e volume mínimo para geração de energia elétrica é descrita pela equação (6). O balanço hídrico é definido pela equação (7). A primeira parte da equação (7) deve ser desconsiderada no caso de usinas sem capacidade de armazenamento. A defluência mínima e máxima para garantir abastecimento e controle de inundações é definida na equação (8).

Esta formulação foi baseada em [22] e maiores detalhes podem ser encontrados na referência, de forma a priorizar o objetivo principal de desenvolvimento de uma heurística para solução do problema em questão. O desenvolvimento da heurística proposta é apresentado na próxima seção.

III. HEURÍSTICA

A partir de análises da operação das hidrelétricas, algumas regras podem ser definidas para maximizar a produção de energia elétrica e a eficiência global do sistema. Essas regras se baseiam em ordenar as usinas através de uma lista de prioridades para utilização ou armazenamento do seu recurso hídrico [7].

A maior produção de energia e eficiência de uma usina ocorre quando ela está em seu volume máximo. Então, de

forma geral, a ordenação das usinas conforme lista de prioridades tende a priorizar o armazenamento em reservatórios em que o menor incremento no volume adicionado traga o maior aumento no nível do reservatório e reservatórios com maior eficiência e alta taxa de descarga entram primeiro na lista de prioridades [7].

A heurística proposta neste trabalho leva em consideração tais regras para utilização destes recursos que leva o sistema a sua máxima eficiência. Assim, seguindo a ordenação pre-estabelecida e uma demanda D_t a ser atendida, os n_g geradores disponível das n_u usinas serão colocados em funcionamento seguindo a ordem de prioridades e através de um processo iterativo será levada cada máquina a sua máxima eficiência até que a demanda de energia naquele período de tempo t tenha sido atendida.

A heurística proposta neste trabalho resolve o problema em duas etapas que serão descritas a seguir.

A. Determinação da lista de prioridades

Para determinação da lista de prioridades leva-se em conta o período do ano, que exerce influência na afluência natural das usinas, a posição da usina no sistema em cascata, características construtivas dos reservatórios, e o objetivo de utilização do recurso, tais como: produção de energia, abastecimento de água, armazenamento de água e controle de inundação. [7].

Conforme definido em [7], a regra durante o período de baixa afluência consiste em encher os reservatórios do maior para o menor valor de δP_i , e esvaziar na ordem inversa (equação (9)).

$$\delta P_i = a_i e_i \sum_{\Omega_i}^i Q_N \quad (9)$$

onde δP_i é o aumento na produção de energia por unidade de armazenamento da planta i , a_i é a unidade de variação de produção elétrica por unidade de variação do volume, e_i a eficiência de geração do reservatório, e o somatório compreende todas as afluências naturais das plantas a montante da planta i incluindo a sua afluência natural.

No período de alta afluência, onde a afluência é superior ao turbinamento da usina, a regra pode-se resumir a encher os reservatórios mais acima primeiro [7].

B. Resolução do despacho ótimo

Dado a lista de prioridades que ordenará a utilização das n_u plantas do sistema, o segundo passo consiste em levar n geradores de cada usina i a sua máxima eficiência. Desta forma, primeiro serão levados de 0 a n_g geradores da primeira usina na lista de prioridades a sua máxima eficiência, posteriormente de 0 a n_g geradores da próxima usina na lista de prioridades são levados a máxima eficiência e assim por diante até que a demanda D_t tenha sido atendida. Assim, o número de geradores ativos em cada usina i dependerá da demanda naquele instante de tempo t .

O algoritmo 1 mostra o procedimento para levar n geradores de uma determinada planta i a sua máxima eficiência. Os três primeiros passos consistem em determinar a altura de queda

líquida inicial considerado a vazão inicial igual a zero (passo 1), calcular o turbinamento máximo permitido para os geradores da planta i dada a altura líquida atual (passo 2). Os passos 5 – 7 determinam a vazão turbinada que leva a máxima eficiência através de uma interpolação linear na altura de líquida para todos m valores de vazão n valores de altura de queda líquida disponíveis na tabela da curva colina. O passo 9 determina a vazão turbinada total da planta calculada de acordo com número de geradores ativos. O processo é encerrado quando a variação da altura de queda líquida no processo iterativo for inferior a um valor de erro pré-determinado.

Algoritmo 1: Algoritmo para Máxima Eficiência

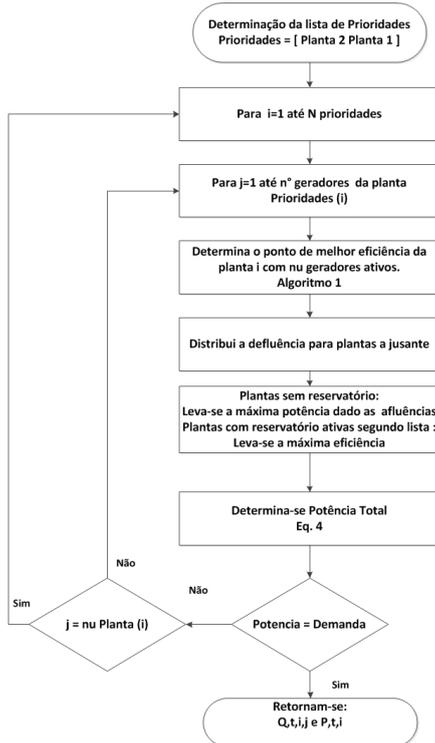
Entrada: $Q_{T\ nom,i,j}$, $h_{nom,i,j}$, V_i , $n_{g\ ativos}$
Saída: $Q_{T,i,j}^*$

- 1 $h_{t,i} = h'_{t,i}(V_{t,i}) - h''_{t,i}(Q_{T,t,i}) - h'''$;
- 2 $Q_{T,\ max,i,j} = Q_{T,\ non,i,j} \left(\frac{h_{t,i}}{h_{non,i,j}} \right)^{\alpha_j} \forall j$;
- 3 $\delta h = h_{t,i}$;
- 4 **enquanto** $\delta h > erro$ **faça**
- 5 $n, \lambda \mid h_{t,i} = \lambda \tilde{h}_{i,j,m,n} + (1 - \lambda) \tilde{h}_{i,j,m,n+1}, 0 \leq \lambda \leq 1$;
- 6 $\eta_{i,j,m} = \lambda \tilde{\eta}_{i,j,m,n} + (1 - \lambda) \tilde{\eta}_{i,j,m,n+1}, \forall m$;
- 7 $m^* = \arg \max_m \eta_{i,j,m}$;
- 8 $Q_{T,i,j} = Q_{T,i,j,m^*}$;
- 9 $Q_i = n_{g\ ativos} Q_{T,i,j,m^*}$;
- 10 $h_{t,i} = h'_{t,i}(V_{t,i}) - h''_{t,i}(Q_i) - h'''$;
- 11 $\delta h = h_{anterior} - h_{atual}$;
- 12 **fim**
- 13 $Q_{T,i,j}^* = Q_{T,i,j}$;

Fonte: Adaptado de [21]

O algoritmo 1 demonstra como levar a usina a sua máxima eficiência, dado a altura de queda líquida e determinado número de geradores ativos. O fluxograma apresentado na Figura 1 mostra processo integral.

Figura 1: Algoritmo Principalvb



Conforme fluxograma 1 inicia-se ativando um gerador da primeira planta na lista de prioridades. A planta é então levada a sua máxima eficiência. A defluência da planta é distribuída para as plantas a montante. Plantas que possuem capacidade de armazenamento somente serão ativas de acordo com a lista de prioridades, planta sem reservatório serão levadas a máxima potência dado o montante de água disponível (vazões naturais mais defluência das plantas imediatamente acima). Se a potência total for equivalente à demanda com um gerador, encerra-se. Senão, ativa-se mais um gerador da planta i , calcula-se o novo ponto de eficiência, distribui defluência, calcula-se a potência total, e se ainda for inferior a demanda ativa-se mais um gerador da planta i até o limite de n_g geradores e repete-se este processo. Não atendendo a demanda com a primeira planta na lista de prioridades, ativa-se um gerador da segunda planta (mantendo plantas anteriores na lista ativas), dois e assim por diante, até que a demanda tenha sido atendida, ou que todos os geradores de todas as plantas estejam ativos e na sua máxima eficiência ou potência.

IV. ESTUDO DE CASO

Foi utilizado como estudo de caso o sistema de plantas em cascata instalado no rio Araguari. O sistema compreende quatro usinas instaladas em serie, sendo estas: Nova Ponte (N.P.), Miranda, Capim Branco I (C.B.I) e Capim Branco II (C.B.II).

A Tabela 2 apresenta os parâmetros das usinas e a Tabela 3 os parâmetros dos geradores.

Tabela 2: Parêmtros da Planta

Parâmetros	N.P	Miranda	C.B.I	C.B.II
À Montante	-	N.P	Miranda	C.B.I
τ	12	4,5	12	-
V_{\min}	2412	974	241	879
V_{\max}	12792	1120	241	879
$Q_{D\ min}$	55	135	68	72
$Q_{D\ max}$	2000	3000	880	1300
Geradores	3	3	3	3

Fonte: [21]

Tabela 3: Parêmtros dos Geradores

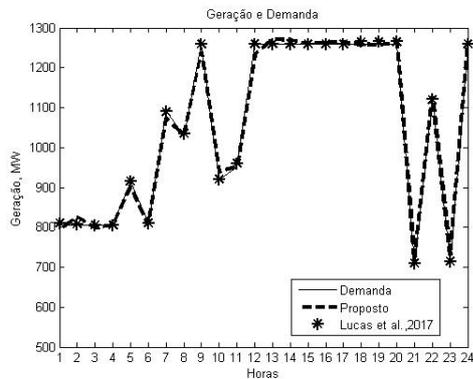
Parâmetros	N.P	Miranda	C.B.I	C.B.II
$Q_{T\ nom}$	192	225	165	179
h_{nom}	96	66,4	55	44,4
h'''	0,93	2,4	1,8	1,2

Fonte: [21]

A heurística proposta foi implementada no software Matlab versão R2013b. Foi utilizado um computador intel core i7, 2,8Ghz, 6GB de memória RAM, com sistema operacional windows 7, 64bits. Os valores das vazões naturais, demandas de energia, coeficientes do polinômio de quarto grau correspondente a função que representa a altura do canal de fuga, coeficientes da função do nível dos reservatórios e todas as instâncias avaliadas neste trabalhos estão disponíveis em [20].

A. Resultados Numéricos

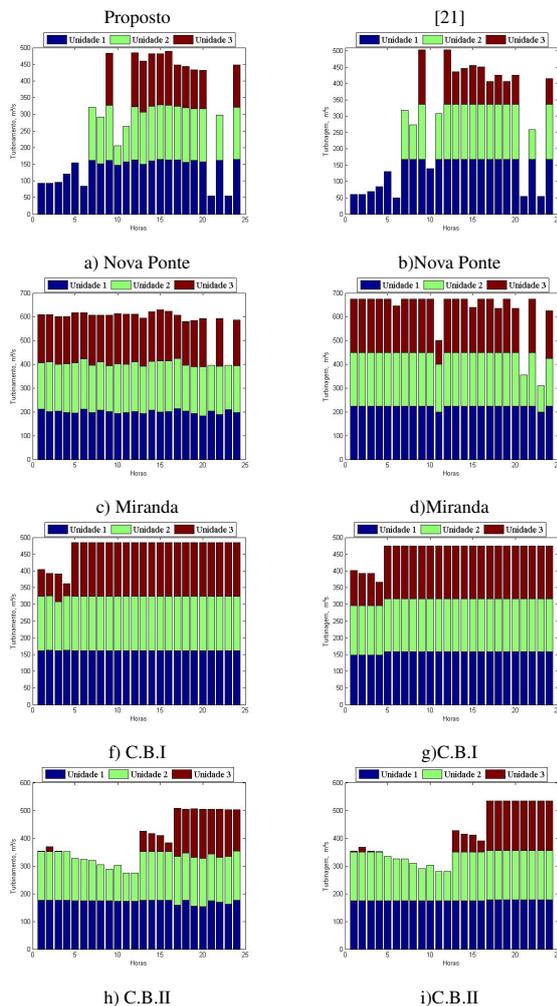
Uma curva de geração e demanda para um instância de 24 horas é apresentado na Figura 2. Figura 2: Algoritmo Principalvb



Através da figura 2 percebe-se que tanto o artigo de referência quanto a heurística proposta aproximam suficientemente a geração de energia da demanda solicitada em cada instante de tempo t .

A Figura 3 apresenta as vazões turbinadas por gerador e por usina em cada instante de tempo t para a mesma instância de 24 horas.

Figura 3: Turbinamento em m^3/s para uma instância de 24 horas



Dado que o resultado encontrado pela referência corresponde a solução ótima do problema, e os resultados encontrados pela heurística proposta foram equivalentes à referência, verifica-se que o método proposto convergiu para a solução ótima do problema.

A Tabela 4 apresenta os resultados quanto ao custo computacional médio necessário para a solução do problema e o erro médio percentual para o sistema de usinas.

Tabela 4: Resultados Computacionais

Horizonte	Proposto [21]	
	tempo(s)	tempo(s)
24h	0,52	115
48h	0.82	5775

Os resultados apresentados na Tabela 4 evidenciam o grande ganho computacional obtido através da heurística proposta. Com o aumento da complexidade do problema, representado neste estudo pelo horizonte de planejamento, o esforço computacional da referência cresce significativamente com o aumento da instância para 48 horas, tornando-se quase impraticável, enquanto a heurística proposta tem baixo custo e assim torna-se viável neste contexto.

V. CONCLUSÕES

Os resultados encontrados com a heurística desenvolvida demonstram um grande potencial para utilização da estratégia para solução do problema de planejamento a curto prazo.

Os resultados apresentados na Tabela 4, demonstram o enorme ganho computacional na utilização desta técnica frente a outros métodos encontrados na literatura [21]. Para alcançar tais resultados, uma definição concreta e fundamentada da lista de prioridades é essencial, pois o caminho para a solução ótima parte desta definição. Uma determinação equivocada pode levar a soluções que distanciam consideravelmente do ponto ótimo do problema.

As diferenças nas estratégias para plantas com e sem reservatório não devem ser esquecidas. Plantas sem reservatório deve-se aproveitar ao máximo o seu recurso disponível gerando a máxima potência a partir do montante de água disponível, atendendo ao balanço hídrico e limites impostos aos geradores, e apenas plantas com reservatório devem ser consideradas na lista e assim utilizados os recursos conforme demanda de energia seguindo a ordem de prioridade.

Desta forma, a partir dos resultados encontrados pode-se recomendar o uso desta estratégia para solução do problema a curto prazo. Um grande ganho no custo computacional e a proximidade da solução ótima demonstram sua viabilidade.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES - Brasil. Os autores agradecem a FAPEMIG e o CNPq pelo apoio ao desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- [1] C. R. Gagnon, R. H. Hicks and S.L.S Jacoby, J.S. Kowalik, "A nonlinear programming approach to a very large hydroelectric system optimization"*North-Holland Publishing Company*, vol. 6, pp. 28-41, 1974.
- [2] E. G. Read "Economic Principles of Reservoir Operation 1: Perfect Foresight"*Management Science*. The University of Tennessee, June 1982.
- [3] M. F. Carvalho , S. Soares "An Efficient Hydrothermal Scheduling Algorithm"*IEE Transactions on Power Systems*, vol. 3, pp. 537-542, 1987.
- [4] M. V. F. Pereira , L. M. V. G. Pinto "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning", *Mathematical Programming*, vol. 32, pp. 3381-3390, 2017.
- [5] S. Soares , A A F M Carneiro, "Optimal Operation of Reservoirs for Electric Generation"*IEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, pp. 1101-1107, 1991.
- [6] S. Soares , A A F M Carneiro, "Reservoir Operation Rules for Hydroelectric Power System Optimization"*Athens Power Tech Conference: "Planning, Operation and Control of Today's Electric Power Systems"*, pp. 965-969, 1993.
- [7] Jay R. Lund , Joel Guzman, "Derived Operating Rules for Reservoirs in Series or in Paralel"*Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 125, pp. 143-153, 1999.
- [8] Patricia Teixeira Leite and Adriano Alber de França Mendes Carneiro and André Carlos de Ponce Leon Ferreira de Carvalho "Energetic Operation Planning Using Genetic Algorithms"*IEEE Transactions on Power Systems*, pp. 173-179, 2002.
- [9] Aurelio R.L. Oliveira , Secundino Soaresb , Leonardo Nepomucenoc. "Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches", *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 27, pp. 91-99, 2005.
- [10] Tea Robic, Bogdan Filipie, "DEMO: Differential Evolution for Multiobjective Optimization", *Springer, Berlin, Heidelberg*, vol. 3410, pp. 520-533, 2005.
- [11] J. Józefowska, A. Zimniak "Optimization tool for short-term production planning and scheduling"*ELSEVIER*, vol. 112, pp. 109-120, April, 2008.
- [12] Stein-Erik Fleten , Trine Krogh Kristoffersen "Short-term hydropower production planning by stochastic programming", *Computers & Operations Research*, vol. 27, pp. 2656-2671, 2008.
- [13] J. P. S. Catalão , S. J. P. S. Mariano , V. M. F. Mendes , L. A. F. M. Ferreira "Scheduling of Head-Sensitive Cascaded Hydro Systems: A Nonlinear Approach"*IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, pp. 337-346, 2009.
- [14] Hui Qin , Jianzhong Zhou , Youlin Lu , Ying Wang , Yongchuan Zhang "Multi-objective differential evolution with adaptive Cauchy mutation for short-term multi-objective optimal hydro-thermal scheduling"*Energy Conversion and Management*, pp. 788-794, 2010.
- [15] Chao Maa, Jijian Lian , Junna Wang "Short-term optimal operation of Three-gorge and Gezhouba cascade hydropower stations in non-flood season with operation rules from data mining"*ELSEVIER Energy Conversion and Management*, vol. 65, pp. 616-627, 2013.
- [16] Wei XIE, Chang-ming JI, Zi-jun YANG, Xiao-xing ZHANG "Short-term power generation scheduling rules for cascade hydropower stations based on hybrid algorithm"*Water Journal*, vol. 5, pp. 46-58, 2012.
- [17] Na Fang , Jianzhong Zhou , Rui Zhang , Yi Liu , Yongchuan Zhang "A hybrid of real coded genetic algorithm and artificial fish swarm algorithm for short-term optimal hydrothermal scheduling"*Electrical Power and Energy Systems*, pp. 617-629, 2014.
- [18] M. S. Fakhar , S.A.R. Kashif , M.A. Saqib , T. Hassan "Non cascaded short-term hydro thermal scheduling using fully-informed particle swarm optimization"*Electrical Power & Energy Systems*, vol. 73, pp. 483-990, 2015.
- [19] Jingrui Zhang , Qinghui Tang , Yalin Chen , Shuang Lin "A hybrid particle swarm optimization with small population size to solve the optimal short-term hydro thermal unit commitment problem"*Energy*, pp. 765-780, 2016.
- [20] ENACOM "Araguari and Madeira river cascade data", Acedido em 25 de JUNHO de 2018, em: <http://www.enacom.com.br/files/Guedes2016-dispatch.zip>. Accessed: 2018-06-25
- [21] Lucas Guedes , Douglas Alexandre Gomes Vieira , Adriano Chaves Lisboa , Rodney R. Saldanha "A Unit Commitment Algorithm and a Compact MILP Model for Short-Term Hydro-Power Generation Scheduling"*IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, pp. 3381-3390, 2017.
- [22] Paulo Cesar F Freitas, Adriano Chaves Lisboa , Rodney R. Saldanha "Uma formulação para o problema de planejamento de usinas hidrelétricas a curto prazo "*Congresso Brasileiro de Automática*, 2018.