



## MODELAGEM DE TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Isabela França Novais\*<sup>1</sup>, Acriziomar A. P. Junior<sup>1</sup>, Sérgio Ferreira de Paula Silva<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>FEELT – Universidade Federal de Uberlândia

**Resumo** - Transformadores em sistemas de energia elétrica são de grande importância, com efeitos significativos na distribuição de energia elétrica. A modelagem do mesmo, com diferentes tipos de conexões, requer uma análise mais detalhada para melhores resultados. Assim, o objetivo deste trabalho é propor um novo modelo de transformador trifásico incorporando o neutro nas matrizes de admitância, considerando a impedância de aterramento, diferentes tapes e o ramo magnetizante.

**Palavras-chave** - transformadores trifásicos, neutro aterrado, impedância de aterramento, ramo de magnetização, modelagem de transformadores desbalanceados.

### MODELING THREE-PHASE TRANSFORMERS

**Abstract** - Transformers in electric power systems are of great importance, with significant effects on the distribution of electric energy. Three-phase considering the different types of connections, requires a more detailed analysis for better results. Thus, the objective of this work is to propose a novel three-phase transformer model incorporating the magnetizing branch, the neutral wire, fixed and automatic taps, and considering the ground impedance.

**Keywords** - three-phase transformers, grounded neutral, ground impedance, magnetizing branch, modeling of unbalanced transformers

### I. INTRODUÇÃO

Nos sistemas de distribuição de energia elétrica, os transformadores são de fundamental importância, pois são os responsáveis pela compatibilização entre a tensão de distribuição (média tensão) com a tensão de fornecimento ao cliente final (baixa tensão). Em conjunto com os condutores elétricos, os transformadores são o meio para conduzir a energia entre a fonte e o consumo final, ou seja, estão em série com a carga. Isto significa que toda a corrente circula pelos mesmos e, conseqüentemente, quanto maior a resistência destes, maior a perda joule ( $RI^2$ ) decorrente do seu funcionamento.

[isabela\\_0405@hotmail.com](mailto:isabela_0405@hotmail.com)

De acordo com um estudo realizado pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), as perdas de tais máquinas somam, por dia, um custo médio de R\$ 6.336.429,00, o que corresponde a ordem de 22.169,3 MWh de energia [5]. Portanto, a magnitude destas perdas demonstra que transformadores eficientes são uma excelente decisão para a conservação de fontes preciosas de energia e para a redução de custos operacionais da indústria, ao passo que auxilia na conservação do meio ambiente

Portanto, apesar de bastante conhecidos, os transformadores constituem-se uma excelente oportunidade de estudo com vistas à identificação de possibilidades de economia ou mesmo recomendações quanto à melhor tecnologia a ser utilizadas por estes equipamentos.

Nos projetos de novos sistemas elétricos e na avaliação dos existentes, a simulação digital constitui uma ferramenta essencial ao trabalho do engenheiro. No entanto, devido à praticidade de modelagem e o menor esforço computacional, os sistemas elétricos de grande porte, em sua maioria, ainda utilizam modelagem monofásica para sua simulação [1]. Esta condição despreza os diferentes tipos de conexões, os acoplamentos e os possíveis desequilíbrios entre as fases.

Os sistemas computacionais atuais possuem capacidade de processamento e armazenamento que permitem a simulação trifásica de grandes sistemas de potência. Esta propriedade permite a realização de estudos mais precisos, mas esbarra em novos obstáculos, como a dificuldade de convergência dos algoritmos, preparados para sistemas monofásicos, e a adaptação dos modelos monofásicos em trifásicos.

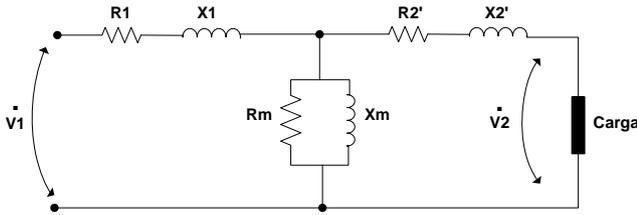
Os transformadores trifásicos estão presentes em todos os sistemas elétricos de potência e possuem diversas opções de conexão primária e secundária, formas de aterramento e controle da tensão.

Neste contexto, o objetivo deste artigo é apresentar adaptações do modelo tradicional de um transformador de potência de dois enrolamentos trifásicos, incorporando o neutro nas matrizes de admitâncias e considerando a impedância de aterramento, os possíveis tapes e o ramo magnetizante. Além da representação destes parâmetros, o estudo busca contribuir na obtenção de sistemas mais estáveis, com menor tempo de processamento.

## II. IMPEDÂNCIAS BASE DO TRANSFORMADOR

O transformador, por desempenhar um papel fundamental nos sistemas elétricos, sempre demandou a necessidade de uma representação por um circuito elétrico que traduzisse o comportamento das tensões e correntes em sua entrada e saída. Em conjunto com a representação no domínio da frequência, Charles P. Steinmetz [3] apresentou a modelagem matemática de um transformador monofásico, conforme ilustrado pela Figura 1. O equivalente de Steinmetz se aplica tanto para transformadores monofásicos, quanto para uma fase de um transformador trifásico.

Figura 1: Circuito Equivalente de Steinmetz



Os parâmetros do circuito de Steinmetz são obtidos a partir dos dados de placa do transformador e de dois ensaios: a vazio e em curto-circuito [3].

As impedâncias do primário  $\dot{Z}_1 (R_1 + jX_1)$ , do secundário referida ao primário  $\dot{Z}_2 (R_2' + jX_2')$ , do ramo de magnetização  $\dot{Z}_M (R_M // jX_M)$  e suas conseqüentes admitâncias  $\dot{Y}_1$ ,  $\dot{Y}_2$  e  $\dot{Y}_M$  constituem os parâmetros básicos para a elaboração da matriz de transferência entre o barramento primário e o barramento secundário.

O procedimento matemático para a obtenção destes parâmetros é apresentado na sequência, considerando o sistema por unidade [pu], onde os valores de referência de tensão ( $V_B$ ), corrente ( $I_B$ ), potência  $S_B$  e impedância ( $Z_B$ ) utilizam os valores nominais (de placa) do transformador.

$$S_B = S_{nominal} [VA] \quad (1)$$

$$V_B = V_{nominal} [V] \quad (2)$$

$$I_B = I_{nominal} [A] \quad (3)$$

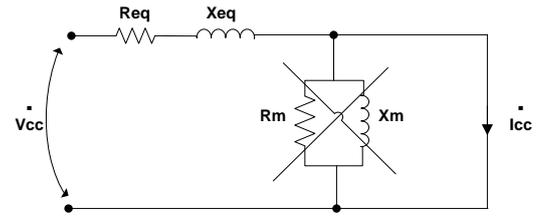
$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} [\Omega]. \quad (4)$$

O ensaio em curto-circuito, no caso de transformadores de dois enrolamentos, é efetuado curto-circuitando os terminais de um dos enrolamentos, de preferência o de menor tensão por facilidade na leitura de tensão e corrente no lado de alta, e aplicando-se tensão, à frequência nominal, no outro enrolamento, até que, circule pelo curto-circuito a corrente nominal [3]. Este procedimento possibilita o cálculo da impedância de curto-circuito, que caracteriza a impedância entre primário e secundário, composta por uma resistência em série com uma reatância indutiva, que por sua vez, traduzem as perdas Joulicas devido à circulação de corrente nominal pelos enrolamentos e as perdas por dispersão do fluxo

magnético, respectivamente. Além disso, fornece a queda de tensão percentual provocada pelo equipamento quando alimenta uma determinada carga. Este ensaio determina o valor da impedância percentual do transformador.

Neste ensaio a tensão aplicada é pequena comparada com a tensão nominal. Nessas circunstâncias, a corrente do ramo magnetizante é muito pequena comparada à que circula pelo curto e, por essa razão, o ramo magnetizante pode ser desprezado. Portanto, tem-se que o circuito elétrico equivalente da Figura 2.

Figura 2: Circuito Equivalente do Ensaio em Curto-Circuito.



A resistência elétrica equivalente  $R_{eq}$  e a reatância indutiva equivalente  $X_{eq}$  correspondem, respectivamente, à soma das resistências e reatâncias de dispersão dos enrolamentos primário e secundário referida ao primário. A impedância percentual do transformador é dada por  $Z_{eq}$ , informação contida na placa do mesmo.

$$R_{eq} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2 \cdot Z_B} [pu] \rightarrow R_{eq} = \frac{P_{cc}}{S_B} [pu] \quad (5)$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{cc}}{I_B \cdot Z_B} [pu] = \frac{V_{cc}}{V_B} [pu]. \quad (6)$$

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} [pu]. \quad (7)$$

Onde:

- $P_{cc}$  - Potência de Curto-Circuito em [W].
- $I_{cc}$  - Corrente de Curto-Circuito em [A].
- $V_{cc}$  - Tensão de Curto-Circuito em [V].

A resistência  $R_{eq}$  deve ter seu valor corrigido para a temperatura de operação do transformador, já que, muito provavelmente no ato do ensaio, o equipamento está fora de sua temperatura operacional o que afeta a resistência elétrica dos enrolamentos, pois esta grandeza varia com a temperatura. A correção está prevista na norma técnica NBR5380/1993 [9], conforme (8).

$$R'_{eq} = R_{eq} \cdot \frac{\theta_1 + 273}{\theta_2 + 273} \quad (8)$$

Sendo:

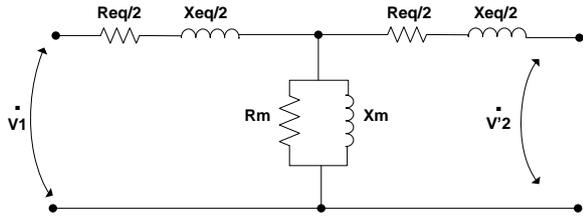
- $\theta_1$  - Temperatura de referência, em °C.
- $\theta_2$  - Temperatura do meio circundante, em °C.

O ensaio a vazio ou “sem carga” é realizado aplicando-se tensão senoidal pura de valor eficaz nominal à frequência

nominal do equipamento [3]. Mede-se tensão, corrente e potência, viabilizando assim, o cálculo dos parâmetros do ramo magnetizante, que representa as denominadas perdas a vazio, por Histerese Magnética e Foucault (correntes parasitas).

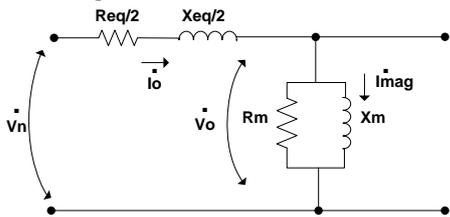
Diferente dos modelos tradicionais de transformadores, neste trabalho optou-se por representar o transformador de acordo com a Figura 3. Nesta, observa-se que a impedância equivalente, obtida pelo ensaio em curto-circuito, é dividida em duas parcelas. Estas parcelas, em [pu] são idênticas. Esta opção resulta em estudos mais precisos do impacto da corrente de magnetização nos sistemas elétricos de potência, pois não despreza a queda de tensão do enrolamento primário.

Figura 3: Circuito Equivalente Completo.



A Figura 4 mostra o circuito equivalente para o ensaio a vazio.

Figura 4: Circuito Equivalente do Ensaio a Vazio.



Da Figura 4, observa-se que para obtenção do ramo paralelo, a queda de tensão na impedância série do primário provocada pela circulação da corrente a vazio é considerada. Essa é uma das peculiaridades da modelagem apresentada neste documento.

$$\dot{V}_0 = V_n - \left( \frac{R_{eq}}{2} + j \frac{R X_{eq}}{2} \right) \cdot \dot{I}_0 \quad [V] \quad (9)$$

$$R_m = \frac{\dot{V}_0^2}{P_0 - \frac{R_{eq} \cdot \dot{I}_0^2}{2}} \quad [pu] \quad (10)$$

O valor da corrente a vazio em conjunto com o fator de potência resultante ( $f_{p_o}$ ), permite o cálculo da reatância de magnetização ( $X_m$ )

$$\dot{I}_0 = I_0 \cdot \cos \phi_o + j I_0 \cdot \sin \phi_o \quad [A] \quad (11)$$

$$f_{p_o} = \cos \phi_o = \frac{P_0}{V_n \cdot I_0} \quad (12)$$

$$X_m = \frac{V_0}{I_0 \cdot \sin \phi_o} \quad [\Omega] = \frac{I_0}{I_0 \cdot \sin \phi_o \cdot Z_B} \quad [pu] \quad (13)$$

Assim, as admitâncias equivalentes do primário, secundário e magnetização são:

$$\dot{Y}_1 = \dot{Y}_2 = \frac{2}{R_{eq} + j X_{eq}} \quad [pu] \quad (14)$$

$$\dot{Y}_m = \frac{R_m + j X_m}{j(R_m + X_m)} \quad [pu] \quad (15)$$

### III. MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA DE TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

A matriz de admitâncias do transformador trifásico, para cada enrolamento, considerando os acoplamentos entre as fases, é representada por (16).

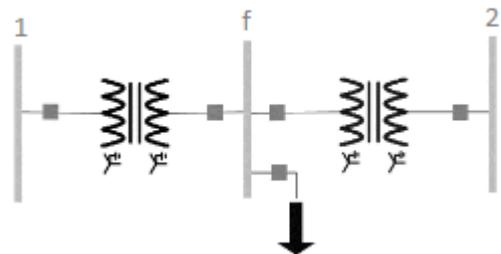
$$[\dot{Y}_{abcn}] = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{aa} & \dot{Y}_{ab} & \dot{Y}_{ac} & \dot{Y}_{an} \\ \dot{Y}_{ba} & \dot{Y}_{bb} & \dot{Y}_{bc} & \dot{Y}_{bn} \\ \dot{Y}_{ca} & \dot{Y}_{cb} & \dot{Y}_{cc} & \dot{Y}_{cn} \\ \dot{Y}_{na} & \dot{Y}_{nb} & \dot{Y}_{nc} & \dot{Y}_{nn} \end{bmatrix} \quad (16)$$

A matriz de transferência entre o barramento primário (índice 1) e o secundário (índice 2) de um transformador trifásico de dois enrolamentos ( $[\dot{Y}_{12}]$ ) constitui-se por quatro submatrizes primárias que equivalem ao primário ( $[\dot{Y}_{pp}]$ ), ao secundário ( $[\dot{Y}_{ss}]$ ), e aos acoplamentos entre ambos ( $[\dot{Y}_{ps}]$  e  $[\dot{Y}_{sp}]$ ).

$$[\dot{Y}_{12}] = \begin{bmatrix} [\dot{Y}_{pp}] & [\dot{Y}_{ps}] \\ [\dot{Y}_{sp}] & [\dot{Y}_{ss}] \end{bmatrix} \quad (17)$$

Para representar o ramo de magnetização na modelagem trifásica, optou-se por criar uma barra fictícia entre o primário e o secundário, semelhante à modelagem monofásica. No entanto, neste caso, entre o primário e a barra fictícia é inserido um transformador trifásico (sem o ramo de magnetização), o mesmo ocorre entre a barra fictícia e o secundário, conforme ilustrado pela Figura 5. O ramo de magnetização é inserido na forma de uma carga à barra fictícia.

Figura 5: Modelagem do transformador trifásico.



Utilizando esta metodologia, a matriz de transferência entre o primário e secundário resulta em uma matriz de ordem 12x12. Esta será formada a partir de submatrizes como mostrado por (18), onde o índice  $f$  indica a barra fictícia.

$$[\dot{Y}_{12}] = \begin{bmatrix} [\dot{Y}_{pp}] & [\dot{Y}_{pf}] & [\dot{Y}_{ps}] \\ [\dot{Y}_{fp}] & [\dot{Y}_{fs}] & [\dot{Y}_{ff}] \\ - & [\dot{Y}_{sf}] & [\dot{Y}_{ss}] \end{bmatrix} \quad (18)$$

Cabe ressaltar que a conexão do secundário do transformador entre o primário e a barra fictícia sempre será estrela aterrada o mesmo ocorre para a conexão primária do transformador entre a barra fictícia e o secundário. O ramo de magnetização é modelado na forma de uma carga, também, conectada em estrela aterrada. Assim, a barra fictícia sempre possui uma conexão com a referência (terra). Esta opção tem por objetivo a minimização de problemas de convergência nos algoritmos de fluxo de carga quando a presença de conexões sem vinculação à terra, como as conexões Delta e estrela isolada.

Portanto, as submatrizes  $[\dot{Y}_{fp}]$ ,  $[\dot{Y}_{pf}]$ ,  $[\dot{Y}_{fs}]$  e  $[\dot{Y}_{sf}]$  representam os transformadores conectados entre as barras primária e fictícia e fictícia e secundária, e dependem da conexão adotada nos respectivos enrolamentos. O ramo de magnetização é modelado pela submatriz  $[\dot{Y}_{ff}]$ , conforme (19).

$$[\dot{Y}_{ff}] = \begin{bmatrix} \dot{Y}_m & - & - & -\dot{Y}_m \\ - & \dot{Y}_m & - & -\dot{Y}_m \\ - & - & \dot{Y}_m & -\dot{Y}_m \\ -\dot{Y}_m & -\dot{Y}_m & -\dot{Y}_m & 3\dot{Y}_m \end{bmatrix} \quad (19)$$

Como a barra fictícia não traz informações relevantes aos estudos de sistemas elétricos de potência, do ponto de vista computacional é melhor que a matriz resultante seja reduzida para uma de ordem [8,8], representando o equacionamento entre primário e secundário. Este trabalho é realizado pela denominada Redução de Kron [12]. Essa ferramenta matemática permite “eliminar” barras ou nós passivos, ou seja, os que estão conectados a cargas representadas por impedância e que não estejam diretamente interligados às fontes geradoras [9]. A redução é efetuada, de forma geral, a partir da seguinte (20).

$$Y'_{ij} = Y_{ij} - \frac{Y_{ik} - Y_{kj}}{Y_{kk}} \quad (20)$$

Onde:

$$i = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, n, \quad e \quad j = 1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, n.$$

Após a redução de Kron, a matriz admitância se resume na matriz  $Y'$ .

$$[\dot{Y}'_{12}] = \begin{bmatrix} [\dot{Y}'_{pp}] & [\dot{Y}'_{ps}] \\ [\dot{Y}'_{sp}] & [\dot{Y}'_{ss}] \end{bmatrix} \quad (21)$$

Para exemplificar, a matriz de admitâncias de um transformador conectado em estrela aterrado em ambos os enrolamentos ( $Y_T - Y_T$ ) resulta da seguinte fórmula:

$$[\dot{Y}'_{12}] = \begin{bmatrix} [\dot{Y}'_{pp}] & [\dot{Y}'_{ps}] \\ [\dot{Y}'_{sp}] & [\dot{Y}'_{ss}] \end{bmatrix} \quad (22)$$

Que equivale:

$$[\dot{Y}_{12}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & 1 & 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Nesta equação,  $\dot{Y}_{12}$  representa a impedância equivalente do transformador ( $\dot{Y}_1$  ou  $\dot{Y}_2$ ), de acordo com a posição do transformador modelado em relação à barra fictícia.

#### A. Tipos de conexão

Excluindo a conexão *zigue-zague*, quatro submatrizes são suficientes para representar as outras conexões do primário e secundário.

As submatrizes devem ser corrigidas de acordo com as mudanças das tensões, devido ao tipo de conexão. A tabela na sequência traduz estas alterações.

Tabela 1: Tipos de Conexões

Conexão	$[Y_{pp}]$	$[Y_{ss}]$	$[Y_{ps}], [Y_{sp}]$
$Y_T - Y_T$	$[Y_i]$	$[Y_j]$	$-[Y_i]$
$Y_T - Y$	$[Y_i]$	$[Y_j]$	$-[Y_i]$
$Y_T - D$	$[Y_i]$	$[Y_{II}]$	$[Y_{II}]/\sqrt{3}$
$Y_T - Z$	$[Y_i]$	$[Y_{IV}]$	$-[Y_i]$
$Y - Y$	$[Y_i]$	$[Y_j]$	$-[Y_i]$
$Y - Y_T$	$[Y_i]$	$[Y_j]$	$-[Y_i]$
$Y - D$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_{II}]$	$[Y_{II}]/\sqrt{3}$
$Y - Z$	$[Y_i]$	$[Y_{IV}]$	$-[Y_i]$
$D - D$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_{II}]/3$	$-[Y_{II}]/3$
$D - Y_T$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_j]$	$[Y_i]$
$D - Y$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_j]$	$[Y_i]/\sqrt{3}$
$D - Z$	$[Y_{II}]/3$	$[Y_{IV}]$	$-[Y_i]$
$Z - Y_T$	$[Y_{IV}]$	$[Y_j]$	$-[Y_i]$
$Z - Y$	$[Y_{IV}]$	$[Y_j]$	$-[Y_i]$
$Z - D$	$[Y_{IV}]$	$[Y_{II}]/3$	$-[Y_i]$

Sendo:

$$[Y_I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (24) \quad [Y_{II}] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[Y_{III}] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26) \quad [Y_{IV}] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

#### - Ligação Zigue-Zague

Na ligação do tipo *zigue-zague*, a matriz de admitâncias sofre algumas alterações. Os termos K1 e k2 são usados para corrigir os parâmetros na matriz  $[\dot{Y}'_{12}]$ .

$$K_1 = \frac{-\sin \alpha}{\sin -120^\circ} \quad (28)$$

$$K_2 = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)}{\tan -120^\circ} \quad (29)$$

Sendo  $\alpha$  o ângulo do parâmetro.

A matriz  $[\dot{Y}'_{12}]$  é multiplicada por uma nova matriz que corrige os parâmetros de acordo com os ângulos, conforme (30).

$$\begin{bmatrix} - & - & - & - & k1 & k2 & - \\ - & - & - & - & - & k1 & k2 \\ - & - & - & - & k2 & - & k1 \\ - & - & - & - & - & - & - \\ k1 & - & k2 & - & (k1^2+k2^2) & (k1.k2) & (k1.k2) \\ k2 & k1 & - & - & (k1.k2) & (k1^2+k2^2) & (k1.k2) \\ - & k2 & k1 & - & (k1.k2) & (k1.k2) & (k1^2+k2^2) \\ - & - & - & - & - & - & - \end{bmatrix} \quad (30)$$

#### B. Transformadores com neutro aterrado

Para transformadores com o primário aterrado, a admitância de aterramento é adicionada na submatriz  $\dot{Y}'_{pp}$ , enquanto que para impedância de aterramento no secundário, a mesma é adicionada à submatriz  $\dot{Y}'_{ss}$ .

#### C. Transformadores com TAP

##### - Transformadores com TAP fixo

Para transformadores com o TAP fixo no primário a matriz  $[Y']$  passa pela seguinte operação:

$$[\dot{Y}'_{12}] = \begin{bmatrix} [\dot{Y}'_{pp}] & [\dot{Y}'_{ps}] \\ Tap^2 & Tap \\ [\dot{Y}'_{sp}] & [\dot{Y}'_{ss}] \\ Tap & Tap^2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Para transformadores com TAP fixo no secundário, a matriz  $[Y']$  passa pela seguinte operação:

$$[\dot{Y}'_{12}] = \begin{bmatrix} [\dot{Y}'_{pp}] & [\dot{Y}'_{ps}] \\ [\dot{Y}'_{sp}] & [\dot{Y}'_{ss}] \\ Tap & Tap^2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

##### - Transformadores trifásicos com TAP automático

Para cada interação do fluxo de carga o tap pode ser alterado de acordo com a tensão a ser controlada. Assim, caso a tensão desejada não esteja dentro de limites pré-determinados, o tap é majorado ou reduzido de acordo com o valor e quantidade de taps disponíveis.

## IV. VALIDAÇÃO DO MODELO

Para a validação do modelo, foram realizados ensaios a vazio e curto-circuito. Os parâmetros utilizados foram: S = 100 kVA, P<sub>0</sub> = 0,5%, I<sub>0</sub> = 1%, P<sub>cc</sub> = 1% e Z% = 3.

No ensaio de curto-circuito, tendo em vista a impedância percentual de 3% da tensão nominal do primário e secundário, foi colocada uma carga infinita (carga muito grande comparada à carga nominal do transformador) para simular um curto-circuito. Potência da carga 10 MVA e fator de potência 0,85, com impedância constante.

Tabela 2: Resultado do Ensaio à Vazio das diferentes ligações

Ligação	Esperado	Simulado
Yt - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - Z (10°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - Z (15°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Yt - Z (20°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Z (10°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Z (15°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Y - Z (20°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Z (10°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Z (15°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
D - Z (20°)	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (10°) - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (15°) - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (20°) - Yt	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (10°) - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (15°) - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (20°) - Y	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (10°) - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (15°) - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW
Z (20°) - D	P = 0,5 kW	P = 0,5 kW

Para a ligação *zigue-zague* foram feitos os ensaios em três diferentes ângulos 10°, 15° e 20°.

Como é possível notar pela Tabela 2, não houve erro no Ensaio a Vazio nos diferentes tipos de ligações. O valor esperado foi o mesmo que o simulado, validando assim o modelo.

Na Tabela 3, é possível notar que assim como no Ensaio a Vazio não apresentou erros, o valor esperado foi o mesmo que o simulado. O modelo que apresenta o neutro e o ramo de magnetização pode ser validado.

Tabela 3: Resultados do Ensaio de Curto-Circuito das diferentes ligações

Ligação	Esperado	Simulado
Yt - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - Z (10°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - Z (15°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Yt - Z (20°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Z (10°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Z (15°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Y - Z (20°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Z (10°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Z (15°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
D - Z (20°)	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (10°) - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (15°) - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (20°) - Yt	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (10°) - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (15°) - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (20°) - Y	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (10°) - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (15°) - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW
Z (20°) - D	P = 1,0 kW	P = 1,0 kW

## V. CONCLUSÕES

Neste artigo foi proposto uma nova metodologia para modelar transformadores trifásicos desequilibrados, no qual inclui-se o ramo magnetizante e o neutro para os diferentes tipos de conexões. Este tipo de método, foi realizado para representar de forma mais realística o sistema elétrico, diferentemente dos demais estudos que são encontrados na literatura.

Os resultados obtidos através das simulações foram possíveis observar a eficiência do método proposto. Os diferentes tipos de conexões convergiram e não houve aumento do tempo computacional de solução.

Para trabalhos futuros serão estudados a convergência em um sistema de 18 barras e o número de interações necessárias. Além disso, serão comparados o tempo computacional dos diferentes métodos.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Laboratório de Eficiência Energética (LEFE) da Universidade Federal de Uberlândia pelo suporte que facilitaram a pesquisa e pela ajuda na redação deste artigo. A CNPq pela bolsa de estudos da primeira autora.

## REFERÊNCIAS

- [1] ARRILLAGA, J; ARNOLD, C.P. Computer Analysis of Power Systems.
- [2] CAPARÓ, José Luis C., *Modelagem de Transformadores de Distribuição para Aplicação em Algoritmos de Fluxo de Potência Trifásico*. 2005. 158f. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Ilha Solteira, 2005.
- [3] CHAPMAN, Stephen. Fundamentos de Máquinas Elétricas. 5. Ed. Porto Alegre: AMGH, 2012. 671p.
- [4] DARIO E. RODAS R. Distribution Transformers Modeling With Angular Displacement – Actual Values And Per Unit Analysis. Revista Controle & Automação, Vol. 18, n° 4, Outubro, Novembro e Dezembro 2007.
- [5] Eletrobras – O Cepel. Disponível em: <<http://www.cepel.br/>> Acesso em: 17 Jul. 2018.
- [6] EMBARCADERO. Delphi 10 Seattle, versão 23.0.
- [7] JUNIOR, Antonio Rubens Baran. *Fluxo de Potência Ótimo Trifásico*. 2013. 147f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.
- [8] MAMDOUH ABDEL-AKHER. Implementation of three-phase transformer model in radial load-flow analysis. Ain Shams Engineering Journal. 2013. 4. 65-73.
- [9] NRB5380 – Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT
- [10] SILVA, Fabrício Luiz. *Modelagem de Transformadores Trifásicos de Distribuição para Estudos de Fluxo de Potência*. 2004. 99f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2004
- [11] SILVA, Sérgio F. P. Simulador de Sistema Elétricos de Potência, versão 2018.
- [12] STEVENSON, W. D. Elementos de Análise de Sistemas de Potência. 2 Ed. Editora MacGraw-Hill do Brasil. São Paulo, 1979.